

Modellierung und Anwendung eines neuartigen Verfahrens zur aktiven Regelung und Kontrolle von Wellenlänge und Linienbreite eines Diodenlasers mit externem Resonator

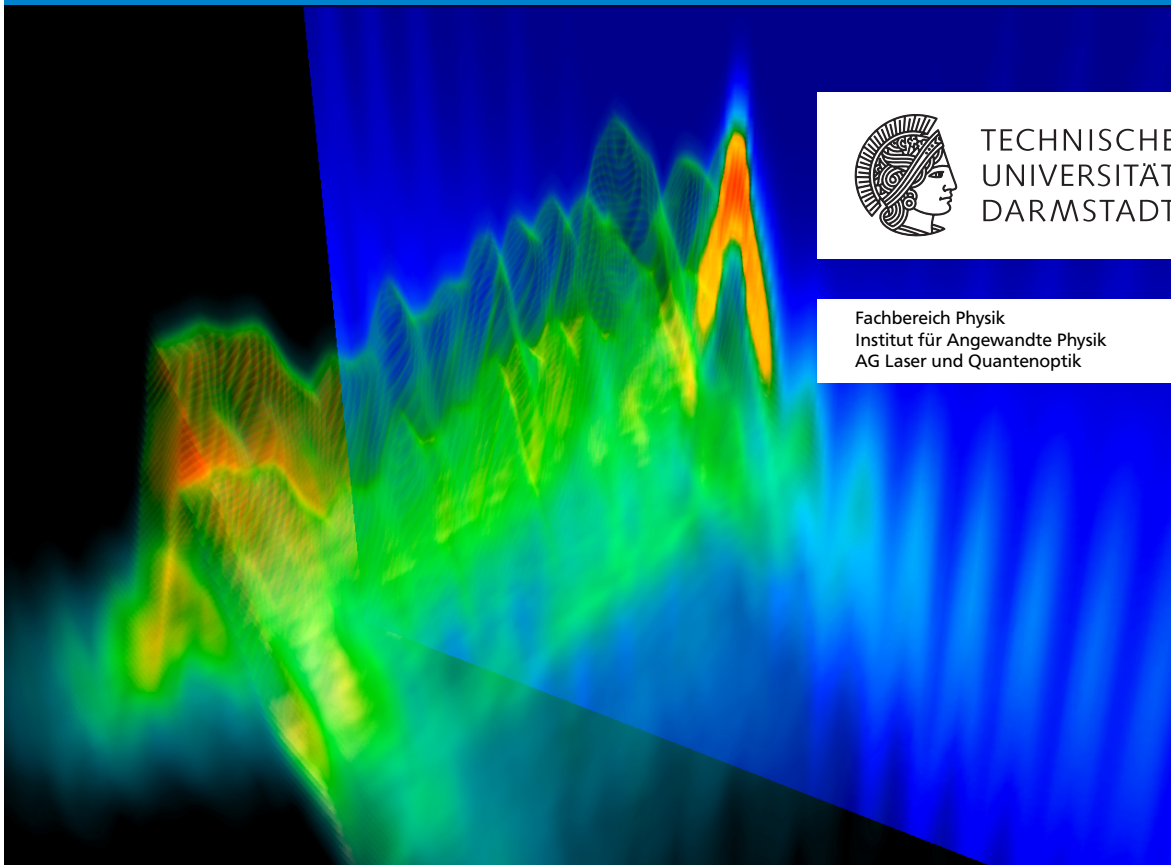
Modeling and application of a novel method providing active control of
wavelength and linewidth of an external cavity diode laser

Zur Erlangung des Grades eines Doktors der Naturwissenschaften (Dr. rer. nat.)
genehmigte Dissertation von Dipl.-Phys. Thorsten Führer aus Groß-Gerau
Juli 2012 — Darmstadt — D 17



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

Fachbereich Physik
Institut für Angewandte Physik
AG Laser und Quantenoptik



Modellierung und Anwendung eines neuartigen Verfahrens zur aktiven Regelung und Kontrolle von Wellenlänge und Linienbreite eines Diodenlasers mit externem Resonator
Modeling and application of a novel method providing active control of wavelength and linewidth of an external cavity diode laser

Genehmigte Dissertation von Dipl.-Phys. Thorsten Führer aus Groß-Gerau

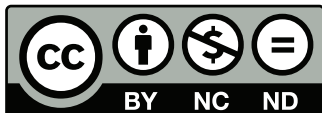
1. Gutachten: Thomas Walther
2. Gutachten: Wolfgang Elsäßer

Tag der Einreichung: 02. Mai 2012
Tag der Prüfung: 02. Juli 2012

Darmstadt — D 17

Bitte zitieren Sie dieses Dokument als:
URN: urn:nbn:de:tuda-tuprints-30600
URL: <http://tuprints.ulb.tu-darmstadt.de/3060>

Dieses Dokument wird bereitgestellt von tuprints,
E-Publishing-Service der TU Darmstadt
<http://tuprints.ulb.tu-darmstadt.de>
tuprints@ulb.tu-darmstadt.de



Die Veröffentlichung steht unter folgender Creative Commons Lizenz:
Namensnennung – Keine kommerzielle Nutzung – Keine Bearbeitung 2.0 Deutschland
<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/2.0/de/>

Zusammenfassung

Halbleiterlaser mit externer optischer Rückkopplung (*external cavity diode laser*, ECDL) sind aufgrund einer breiten Wellenlängenabdeckung, der Durchstimmbarkeit ihrer Emissionswellenlänge sowie einer geringen spektralen Linienbreite ein etabliertes und unverzichtbares Präzisionsinstrument in vielen wissenschaftlichen und industriellen Bereichen. Unter der Fülle von Anwendungen stellen die Präzisionsspektroskopie, die Sensorik sowie die Domäne der Telekommunikation die prominentesten Disziplinen dar. Nahezu alle Anwendungen profitieren von der Möglichkeit einer stetigen und lückenlosen Wellenlängenänderung über einen weiten Bereich. Das Erreichen dieser großen modensprungfreien Durchstimmbereiche stellt aufgrund der Kopplung der Laserdiode an den externen Resonator eine experimentelle Herausforderung dar.

In der vorliegenden Arbeit werden neuartige Verfahren präsentiert, die aufgrund eines aktiven Regelkreises die Resonanzbedingung des gesamten ECDLs permanent aufrechterhalten und somit das Erreichen großer modensprungfreier Durchstimmbereiche ermöglichen. Dabei dient der Polarisationszustand des Laserlichts als Träger der Resonanzinformation des ECDLs und somit als Fehlersignal der Regelung. Die Beschreibung dieses Signals auf Basis der ECDL-Ratengleichungen sowie ein Modell der polarisationsabhängigen Transmission durch die gekoppelten Resonatoren bildet das theoretische Fundament der Methoden. Die erfolgreiche Datenanpassung des Modells verifiziert die Beschreibung. Die präsentierten Verfahren sind universell einsetzbar und nicht an einen bestimmten Laserdioden-Typ gebunden. Die Limitierung der maximalen Wellenlängenänderung beruht lediglich auf technischen Einschränkungen wie beispielsweise der maximalen Piezo-Elongation.

Durch die Anwendung der Verfahren wurden modensprungfreie Durchstimmbereiche von bis zu 130 GHz mit einer nicht antireflexbeschichteten Laserdiode bei einer Zentralwellenlänge von 785 nm erreicht. Neben der exemplarischen Demonstration dieses großen Durchstimmbereichs anhand der Spektroskopie stark druckverbreiteter Gase wurde mittels eines zweiten Regelkreises eine absolute Wellenlängenstabilisierung als weitere Anwendung realisiert.

Basierend auf den Methoden der heterodynen Detektion erfolgte eine Charakterisierung der Linienbreite sowie der spektralen Komposition eines aktiv stabilisierten ECDLs. Dazu wurde ein theoretisches Modell der Schwebungsspektren an die gemessenen Daten angepasst. Die theoretische Beschreibung der dem Laserspektrum zugrunde liegenden Rauschprozesse wurde dabei erstmals um $1/f^2$ -Rauschen er-

weitert und umfasst zusammen mit dem weißen und $1/f$ -Rauschen somit insgesamt drei Rauschtypen. Die Evaluation der gemessenen Schwebungsspektren basierend auf diesem erweiterten Modell ergab im Fall aktiver Stabilisierung eine Linienbreite von $(8,3 \pm 0,6)$ kHz respektive $(12,2 \pm 4,8)$ kHz mit deaktiviertem Regelkreis. Darüber hinaus konnte die Linienbreite durch eine Änderung des Sollwertes der Regelung im Bereich von 8 kHz bis 20 kHz kontinuierlich variiert werden.

Die im Rahmen dieser Arbeit entwickelten neuartigen Stabilisierungsverfahren für ECDLs erlauben somit neben dem modensprungfreien Durchstimmen der Wellenlänge über einen weiten Bereich die kontrollierte Variation sowie Stabilisierung der Linienbreite des Lasers.

Abstract

External cavity diode lasers (ECDL) are an established and essential precision instrument in many scientific and industrial areas due to a broad wavelength coverage, the tunability of their emission wavelength as well as a narrow spectral linewidth. Among the plenitude of applications, precision spectroscopy, sensor technology, and the domain of telecommunications constitute the most prominent disciplines. Nearly all applications benefit from the possibility of a continuous and gapless wavelength scan over a wide range. Because of the coupling between the laser diode and the external resonator, the accomplishment of such large mode-hop free tuning ranges poses an experimental challenge.

The present thesis introduces novel methods which enable large mode-hop free tuning ranges by permanently maintaining the resonance condition of the entire ECDL employing an active control loop. In the process, the state of polarization of the laser light carries the information about the resonance of the ECDL and serves as the error signal of the closed loop control. A description of this signal based on the ECDL rate equations as well as a model of the polarization dependent transmission through the coupled resonators provide the theoretical foundation of the methods. The model is successfully applied to describe the error signal, thus verifying the description. The methods introduced in this work represent universal approaches without any restrictions regarding the particular type of the laser diode. The tuning range is only limited due to technical restrictions, like for example the maximum piezo elongation.

By applying the active ECDL stabilization, large mode-hop free tuning ranges of up to 130 GHz using a laser diode without antireflection coating at a central wavelength of 785 nm have been achieved. Besides an exemplary demonstration of these large tuning ranges upon the spectroscopy of strongly pressure broadened gases, a stabilization to an absolute wavelength has been implemented by employing a second control loop.

Based on heterodyne beating techniques, a characterization of linewidth and spectral composition of an actively controlled ECDL has been carried out. For this purpose, a model of the beat spectra has been fitted to the data. The theoretical treatment of the noise processes underlying the laser spectrum has been extended to also account for $1/f^2$ -noise and thus covers along with white and $1/f$ -noise three noise types. The evaluation of the measured beat spectra based on this extended model revealed a linewidth of (8.3 ± 0.6) kHz with the active stabilization enabled and (12.2 ± 4.8) kHz without stabilization, respectively. Furthermore, the linewidth

of the ECDL could be varied continuously in the range of 8 kHz to 20 kHz by simply altering the setpoint of the closed loop control.

The novel techniques developed in the present work pave the way for large mode-hop free tuning ranges as well as a controlled variation and stabilization of the linewidth of an ECDL.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Grundlagen	5
2.1	Ratengleichungen	5
2.2	Laserdioden ohne Rückkopplung	7
2.2.1	Leistungskurve und Laserschwelle	9
2.2.2	Optisches Spektrum und Linienbreite	12
2.3	Laserdioden mit Rückkopplung	15
2.3.1	Leistungskurve und Laserschwelle	22
2.3.2	Optisches Spektrum und Linienbreite	24
3	Aktive ECDL-Stabilisierung	27
3.1	Asynchrone Stabilisierung	29
3.1.1	Aufbau	29
3.1.2	Theoretisches Modell	30
3.1.3	Ergebnisse	33
3.2	Echtzeit-Stabilisierung	34
3.2.1	Aufbau	37
3.2.2	Theoretisches Modell	40
3.2.3	Validierung des Modells	47
3.2.4	Experimentelle Ergebnisse	54
3.2.5	Anwendungen	60
4	Linienbreitenmessungen	71
4.1	Methoden der Linienbreitenmessung	73
4.2	Heterodyne Messung	75
4.3	Selbst-heterodyne Messung	78
4.3.1	Theoretisches Modell des Schwebungsspektrums	79
4.3.2	Theoretisches Modell des optischen Spektrums	83
4.3.3	Experimentelle Ergebnisse	87
5	Zusammenfassung und Ausblick	97
5.1	Zusammenfassung	97
5.2	Ausblick	100

Anhang	103
A Lösung der Ratengleichungen ohne Rückkopplung	105
B Mathematica-Skript der Ratengleichungen mit Rückkopplung	107
C Quelltext zur Transmissionsberechnung eines Drei-Spiegel-Interferometers	119
D Quelltext zum Modell der aktiven ECDL Stabilisierung	123
E Quelltext zum Modell der Schwebungsspektren	141
Literatur	149
Veröffentlichungen	163
Lebenslauf	167
Danksagung	169

1 Einleitung

Nach der experimentellen Realisierung des Lasers im Jahr 1960 [Mai60] dauerte es nur knapp zwei Jahre, bis der erste Halbleiterlaser nahezu zeitgleich von mehreren Arbeitsgruppen demonstriert wurde [Qui+62; Hal+62; Nat+62; HB62]. Die ersten Halbleiterlaser, im Folgenden auch als Laserdioden bezeichnet, konnten lediglich gepulst und bei tiefen Temperaturen betrieben werden. Durch Verbesserungen in der Fertigungstechnologie gelang jedoch schon bald die Herstellung von Heterostrukturen, womit der Dauerstrichbetrieb bei Raumtemperatur möglich wurde. Auch dieser Meilenstein wurde nahezu zeitgleich von zwei Gruppen erreicht [HP70; AAG71]. Für ihre Beiträge zur Entwicklung von Halbleiterheterostrukturen erhielten Alferov und Kroemer im Jahr 2000 den Nobelpreis für Physik [Alf01; Kro01].

Halbleiterlaser entwickelten sich schnell zum prävalenten Lasertyp [LFW12]. Im Jahr 2011 lag der Anteil der Halbleiterlaser am Umsatzvolumen der weltweiten Laserindustrie von 7,5 Milliarden Dollar bei 50 % [LFW12; Sav12]. Dieser Erfolg beruht auf den vorteilhaften Eigenschaften der Laserdioden. Sie sind kompakt, günstig und leicht zu betreiben. Ihr Wirkungsgrad ist sehr hoch, typischerweise über 50 % [Kit02]. Darüber hinaus weisen sie eine hohe Modulationsbandbreite von typischerweise mehreren 10 GHz auf [Pet88].

Die Eigenschaften von Halbleiterlasern lassen sich durch optische Rückkopplung weiter verbessern. Dabei wird ein Teil des emittierten Laserlichts mittels eines reflektiven Elements in die Laserdiode zurückgekoppelt. Dadurch formt die Laserdiode zusammen mit dem Reflektor einen externen Resonator. Eine solche Anordnung wird entsprechend als Laserdiode mit externer Kavität (*external cavity diode laser*, ECDL) bezeichnet. Bei geeigneter Phase und Amplitude der Rückkopplung wird der optische Verstärkungsprozess in der Laserdiode stabilisiert. Das Verfahren ist vergleichbar mit der Beschaltung eines Operationsverstärkers in der Elektrotechnik, wobei typischerweise eine Rückkopplung mittels eines Widerstands zwischen Ein- und Ausgang erfolgt. Bei geeigneter Widerstandswahl bewirkt dies eine verbesserte Stabilität sowie eine Verringerung des Rauschens [Fri99]. Analog dazu ermöglicht die optische Rückkopplung eine schmalere spektrale Linienbreite des ECDLs und führt ferner zu einer Absenkung der Laserschwelle.

Neben dieser passiven Verbesserung der Lasereigenschaften ist durch den externen Resonator darüber hinaus eine kontrollierte Variation der Emissionswellenlänge möglich (ECDL-Scan). Dabei ist es für viele Anwendungen essenziell, dass die Wellenlängenänderung stetig und lückenlos erfolgt. Abrupte Änderungen der Wellenlänge

ergeben sich, sobald der ECDL von einer Resonatormode auf eine andere wechselt. Dieser Vorgang wird als Modensprung (*mode-hop*) bezeichnet.

Die experimentelle Umsetzung eines ECDLs erfolgte kurz nach der Erfindung der Laserdiode, wobei ein Spiegel als Reflektor diente [CC64]. Die Verwendung eines optischen Gitters führt aufgrund seiner dispersiven Eigenschaften zu einer weiteren, deutlichen Verbesserung der Emissionseigenschaften [Eli+69; LH72; RCH73]. Ferner existieren auch Konfigurationen auf Basis eines Interferenzfilters [Bai+06] oder eines Volumen-Bragg-Gitters [Hie+09].

Das Durchstimmen der Wellenlänge erfordert bei den genannten Implementierungen eine Translation und/oder Rotation des Reflektors. Die mechanische Realisierung dieser Mimik basiert dabei in der Regel auf einem oder mehreren Piezo-Aktoren [Ric+95; HBK05]. Es existieren allerdings auch Varianten, bei denen optoelektronische Komponenten, wie beispielsweise akustooptische [BSK07] und elektrooptische Modulatoren [Lev02; Las+98; Bog+98] sowie Flüssigkristallelemente [And90; GGP92; Wac+93; LPP04; Füh07] verwendet werden.

Aufgrund ihrer Eigenschaften sowie der hohen Modulationsbandbreite finden Halbleiterlaser und ECDLs vor allem in der Informationstechnik Anwendung [Rip96]. Diese umfasst dabei sowohl die Kommunikations- als auch die Unterhaltungsinformationstechnik. Auch in der Spektroskopie und in medizinischen beziehungsweise pharmazeutischen Bereichen werden verstärkt Laserdioden eingesetzt [WS09]. Viele Sensoranwendungen profitieren von der breiten Wellenlängenabdeckung und den kompakten Abmessungen der Halbleiterlaser [Ray+01; Han+02; And+05]. In der Forschung dienen sie häufig als *seed*- oder Pumpquellen für leistungsstärkere Laser [SB74; SR86] oder Faserverstärker sowie zur Kühlung in Atomfallen [Phi85]. Ergänzend zu den genannten Anwendungen werden exemplarisch zwei aktuelle, sehr anspruchsvolle Experimente angeführt, bei denen ein ECDL die zentrale Rolle spielt. So sind Experimente mit ultrakalten Rubidium-Atomen an Bord einer Höhenforschungsrakete [Luv+11] geplant. Diese Anwendung stellt aufgrund der enormen Kräfte und Vibrationen beim Raketenstart hohe Anforderungen an die Stabilität des ECDLs. Ein weiteres Beispiel ist die Domäne der ultraschmalbandigen Laser [Sto+06; Aln+08]. Eine Anwendung dieser auch als Subhertz-Laser bezeichneten ECDLs ist die Präzisionsspektroskopie [Par+11]. Neben der zur aktiven Stabilisierung erforderlichen hohen Modulationsbandbreite ist hierbei die Durchstimbarkeit der Wellenlänge substantiell.

Insbesondere zum Erreichen großer modensprungfreier Durchstimmbereiche ist eine Änderung des Pumpstroms der Laserdiode nötig, um den durch die Facetten der Laserdiode gebildeten internen Resonator an die Änderung der Wellenlänge anzupassen und dadurch Modensprünge zu unterdrücken. Um eine solche synchrone Änderung des externen und internen Resonators zu erreichen, wird häufig das *feed-forward* Verfahren angewendet [WH91]. So verwenden alle genannten Implementierungen

dieses Verfahren, um die Wellenlänge kontinuierlich zu ändern. Sie unterscheiden sich dabei lediglich in der konkreten experimentellen Umsetzung zur Variation von Phase, Amplitude und Polarisation der optischen Rückkopplung. Beim *feed-forward* steuern zwei unabhängige Spannungsrampen die Länge des externen Resonators sowie den Pumpstrom der Laserdiode. Durch manuelles, präzises Anpassen der Steigungen dieser Spannungsrampen ist es möglich, die Änderungen der beiden Resonatoren zu harmonisieren, so dass der ECDL-Scan frei von Modensprüngen ist. Mit der *feed-forward* Technik konnten große modensprungfreie Durchstimmbereiche realisiert werden, siehe beispielsweise [HBK05; BSK07]. Diese Methode weist allerdings zwei Nachteile auf. Zum einen reagieren die Komponenten im Allgemeinen nicht linear auf die Steuerspannung und weisen unter Umständen ein Hystereseverhalten auf. Zum anderen führen Vibrationen, mechanische und thermische Fluktuationen sowie Drifts zu Modensprüngen und erfordern ein erneutes Anpassen der Spannungsrampen.

In dieser Arbeit werden Verfahren präsentiert, die durch eine aktive Regelung des externen respektive internen Resonators die genannten Defizite des *feed-forwards* eliminieren. Durch die Anwendung dieser neuartigen Stabilisierungsverfahren können große modensprungfreie Durchstimmbereiche auch mit nicht antireflexbeschichteten Laserdioden erreicht werden. Unter Einsatz eines zweiten Regelkreises ist ferner eine absolute Wellenlängenstabilisierung realisierbar. Darüber hinaus ermöglichen die Verfahren eine variable Kontrolle der Linienbreite des ECDLs. Diese kann dadurch während eines ECDL-Scans stabilisiert und minimiert werden.

Im Folgenden wird die Gliederung der vorliegenden Arbeit dargestellt. In Kapitel 2 werden zunächst die zum Verständnis der Stabilisierungsverfahren erforderlichen Grundlagen erläutert. Dabei werden die Ratengleichungen des Halbleiterlasers sowohl ohne als auch mit optischer Rückkopplung diskutiert. Anhand dieser Gleichungen erfolgt eine Analyse der Einflüsse der optischen Rückkopplung auf die Leistungskurve und Laserschwelle sowie das optische Spektrum und die Linienbreite des Lasers. Diese Zusammenhänge werden komplementär mittels basierend auf den Ratengleichungen durchgeführten Berechnungen visualisiert.

Kapitel 3 behandelt die in dieser Arbeit präsentierten neuartigen Stabilisierungsverfahren für Laserdioden mit optischer Rückkopplung. Dabei erfolgt zunächst eine Beschreibung der jeweiligen Methode und des entsprechenden experimentellen Aufbaus. Anhand theoretischer Modellierungen wird das Funktionsprinzip der einzelnen Verfahren erläutert und verifiziert. Die Präsentation der experimentellen Ergebnisse umfasst neben den erreichten modensprungfreien Durchstimmbereichen auch mögliche Anwendungen der Stabilisierungsverfahren. So werden die weiten Durchstimmbereiche anhand spektroskopischer Untersuchungen an stark druckverbreiterten Gasen validiert. Eine basierend auf einem weiteren Regelkreis implementierte absolute Wellenlängenstabilisierung sowie eine arbiträre Änderung der Wellenlänge innerhalb des Durchstimmbereichs demonstrieren die Flexibilität der vorgestellten Verfahren.

Kapitel 4 adressiert Fragen nach einem Einfluss der Stabilisierungsverfahren auf die spektrale Linienbreite des ECDLs. Dazu werden die Ergebnisse der basierend auf Methoden der heterodyn Detektion ermittelten Linienbreiten vorgestellt und analysiert. Neben der Gesamtlinienbreite wird dabei auch die spektrale Zusammensetzung des emittierten Lichts eruiert. Die zur Datenauswertung nötige theoretische Beschreibung von Emissions- und Schwebungsspektrum wird in der vorliegenden Arbeit um $1/f^2$ -Rauschen erweitert. Damit ist neben weißem und $1/f$ -Rauschen insgesamt eine Aufschlüsselung des Laserspektrums in drei Rauschtypen möglich. Zusätzlich zur Analyse des Einflusses der Stabilisierungsverfahren auf diese drei Anteile wird die spektrale Komposition in Abhängigkeit externer Parameter wie Pumpstrom oder Rückkopplungsstärke untersucht.

Die Arbeit schließt in Kapitel 5 mit einer Zusammenfassung und einem Ausblick, in dem auf mögliche Verbesserungen und Entwicklungsschritte eingegangen wird.

2 Grundlagen

Die im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Stabilisierungsverfahren für Halbleiterlaser mit externer optischer Rückkopplung basieren auf der Abhängigkeit der Ausgangsleistung von externen Parametern wie dem Pumpstrom oder der Länge des externen Resonators. In diesem Kapitel sollen die theoretischen Grundlagen für diese Zusammenhänge geschaffen werden. Dabei werden, ausgehend von einer semiklassischen Modellierung des Lasers, die Ratengleichungen für Halbleiterlaser sowohl mit als auch ohne optische Rückkopplung präsentiert. Anhand dieser Gleichungen können die wichtigsten Laserparameter, wie beispielsweise Ausgangsleistung oder das optische Spektrum, beider Domänen miteinander verglichen und der Einfluss der Rückkopplung diskutiert werden. Ferner lassen sich die Prämissen und Herausforderungen eines großen modensprungfreien Durchstimmbereichs der Wellenlänge anhand der Ratengleichungen erklären. Dieses Verständnis bildet die Grundlage der Stabilisierungsverfahren.

2.1 Ratengleichungen

Eine umfassende Modellierung des Laserprozesses in Halbleiterlasern erlaubt die Analyse verschiedenster Phasenräume, die durch Parameter der Laserdiode sowie durch externe Parameter aufgespannt werden. Beispielsweise lässt sich die Entwicklung der Ladungsträgerdichte in der Laserdiode als Funktion des Pumpstroms analysieren. Die Beschreibung des Lasers basiert dabei auf einem Satz gekoppelter, nichtlinearer, gewöhnlicher Differentialgleichungen erster Ordnung, den sog. Ratengleichungen. Die Lösungen dieser Gleichungen erlauben die Beschreibung sowohl statischer als auch dynamischer Phänomene. Die Grenzen der Analyse werden dabei durch alle Näherungen bestimmt, die in die Herleitung der Ratengleichungen einfließen. So lassen sich beispielsweise dynamische Prozesse auf sehr kurzen Zeitskalen nicht mehr korrekt beschreiben, wenn mit der *slowly varying envelope approximation* (SVEA) gearbeitet wird. Eine über alle räumlichen und zeitlichen Domänen gültige Formulierung erfordert eine rigorose quantenmechanische Behandlung von Licht und Materie ohne Vernachlässigung höherer zeitlicher Ableitungen. Die Herleitung der Lasergleichungen unter diesen Prämissen ist anspruchsvoll und sehr umfangreich. Eine erste Beschreibung für Festkörperlaser wurde 1964 von Haken gegeben [Hak64]. Eine Erweiterung folgte durch Risken, der Hakens Formulierung in eine Fokker-Planck-Gleichung überführte. Damit lassen sich die Gleichungen

im Gegensatz zu Hakens Ansatz auch an der Laserschwelle lösen [Ris65]. Ferner wurde eine Beschreibungen mittels Dichtematrizen aufgestellt, die *laser master equation* [WH65]. Lösungen dafür wurden bald darauf veröffentlicht [WRH67].

Bei der vollständig quantenmechanischen Betrachtung zeigt sich, dass zur korrekten Beschreibung der Licht-Materie-Wechselwirkung die Kopplung des Lichtfeldes an die Umgebung berücksichtigt werden muss. So wirken beispielsweise Fluktuationen der Elektronen auf das elektrische Feld ein. Mathematisch stellt diese Formulierung einen Isomorphismus zur Beschreibung der brownischen Bewegung durch eine Langevin-Gleichung dar [Hak89]. Dabei werden der Bewegungsgleichung stochastische Kräfte hinzugefügt. Diese Kräfte unterliegen einer bestimmten Wahrscheinlichkeitsverteilung¹ und bilden damit Fluktuationen der Umgebung ab.

Ausgehend von der semiklassischen Lasertheorie soll im Folgenden die Herleitung der Ratengleichungen für den solitären Halbleiterlaser sowie mit externer optischer Rückkopplung grob skizziert werden. Eine ausführliche Behandlung, wie beispielsweise in [Hak81; CKS94] würde den Rahmen dieser Arbeit verlassen.

Der semiklassische Ansatz behandelt das Lichtfeld klassisch, die Licht-Materie Wechselwirkung jedoch quantenmechanisch. Basierend auf den Maxwell-Gleichungen gelangt man durch Methoden der Vektoranalysis zur Wellengleichung, deren Lösung das Lichtfeld innerhalb des Laserresonators beschreibt [Hak81, S. 85].

Die Verbindung zwischen Licht und Materie entsteht durch die Polarisation des Mediums. Dabei erzeugt ein elektrisches Feld \mathbf{E} in jedem Atom eine mikroskopische Polarisation \mathbf{p} . Diese lässt sich durch Lösen der quantenmechanischen Bewegungsgleichung für das Elektron berechnen. Speziell für einen Halbleiterlaser wird der Bandübergang des Halbleiters als atomarer Dipolübergang aufgefasst. Diese Näherung ist aufgrund der sehr schnellen Interband-Relaxationszeit gerechtfertigt [Suh04, S. 178].

Die makroskopische Polarisation \mathbf{P} ergibt sich nun aus dem Ensemble-Mittel aller Atome. Umgekehrt stellt die Polarisation \mathbf{P} eine Quelle für ein elektrisches Feld \mathbf{E}' dar. Eine konsistente Beschreibung erfordert $\mathbf{E} = \mathbf{E}'$ und spiegelt an dieser Stelle bereits die Kopplung der einzelnen Ratengleichungen wider.

Die Lösung für die Polarisation \mathbf{P} lässt sich nicht in einer geschlossenen Form angeben, vielmehr werden zwei gekoppelte Differentialgleichungen benötigt. Diese repräsentieren die zeitlichen Änderungen der Polarisation $\dot{\mathbf{P}}$ und der Inversion \dot{W} in wechselseitiger Abhängigkeit. Bei einem Halbleiter entspricht die Inversion W der Anzahl der freien Ladungsträger \mathcal{N} [Oht08, S. 35]. Beide Differentialgleichungen zusammen werden auch als Materialgleichungen bezeichnet [Hak81].

Der nächste Schritt auf dem Weg zu den Ratengleichungen besteht in der Anwendung verschiedener Näherungen. So lässt sich beispielsweise bereits bei den Wellengleichungen die zuvor erwähnte SVE-Approximation anwenden. Ferner kann im

¹ Die Langevin-Kräfte folgen einer gaußschen Verteilung.

Resonator die räumliche Ableitung vernachlässigt werden (*mean field approximation*) [Oht08, S. 15]. Darüber hinaus nimmt man eine räumlich homogene Feldverteilung senkrecht zur Resonatorachse an und geht folglich zu ebenen Wellen über.

Die resultierenden Ratengleichungen für die zeitliche Änderung von \mathbf{E} , \mathbf{P} und \mathcal{N} werden auch als Maxwell-Bloch-Gleichungen bezeichnet [Oht08]. Formal entsprechen sie dem Differentialgleichungssystem eines Lorenz-Oszillators [Lor63], das auch zur Beschreibung von Transportmodellen in der Atmosphäre verwendet wird. Je nach Parametrisierung zeigt das System chaotisches Verhalten, so dass auch bei Lasern ein empfindlicher Einfluss externer Parameter auf die Stabilität zu erwarten ist. Insbesondere, wenn die Anzahl der Freiheitsgrade des Lasers beispielsweise durch externe optische Rückkopplung artifiziell erhöht wird, zeigen sich drastische Auswirkungen auf das Stabilitätsverhalten. Mit geeigneter Parametrisierung jedoch lassen sich die Lasereigenschaften durch die Rückkopplung deutlich verbessern, siehe auch Abschnitt 2.3.2.

Die Ratengleichungen für Laserdioden folgen aus den Maxwell-Bloch-Gleichungen indem $\dot{\mathbf{P}} = 0$ gesetzt wird. Damit lässt sich die Abhängigkeit der Polarisierung aus den Gleichungen für $\dot{\mathbf{E}}$ und $\dot{\mathcal{N}}$ eliminieren. Diese Näherungen sind für alle Laser gerechtfertigt, bei denen die Zeitkonstante der Polarisierung deutlich kleiner ist als alle anderen Zeitkonstanten des Systems. Solche Laser werden als Klasse B-Laser bezeichnet [Tre+85] und schließen auch Halbleiterlaser ein [EG10]. Diese Methode zur Reduktion der Freiheitsgrade wird auch als adiabatische Elimination bezeichnet. Um externe Effekte wie beispielsweise optische Rückkopplung zu implementieren, werden die Ratengleichungen um entsprechende Terme erweitert. Details dazu folgen in Abschnitt 2.3.

Es sei an dieser Stelle noch angemerkt, dass die Ratengleichungen auch mit anderen Methoden aufgestellt werden können. So existieren beispielsweise phänomenologische Ansätze [Tan63] sowie rein klassische Beschreibungen [Mar83].

2.2 Laserdioden ohne Rückkopplung

In diesem Abschnitt werden die Einzelmoden-Ratengleichungen für eine Laserdiode ohne optische Rückkopplung analysiert. Die formale Notation der Ratengleichungen lehnt sich an [Flu11; TL95] an. Sie beschreiben die zeitliche Änderung der langsam veränderlichen, komplexen Amplitude des elektrischen Feldes $\underline{\mathcal{E}}(t)$ und der Anzahl der freien Ladungsträger $\mathcal{N}(t)$. Das Attribut „langsam veränderlich“ bedeutet in diesem Zusammenhang eine im Vergleich zur Lichtfrequenz an der Laserschwelle ω_0 langsame Änderung der jeweiligen Größe und basiert auf der zur Herleitung

der Ratengleichung verwendeten SVE-Approximation. Die Ratengleichungen lauten [Flu11]

$$\dot{\underline{\mathcal{E}}}(t) = \frac{1}{2}\underline{\mathcal{E}}(t)(1 + i\alpha) \left(G(t) - \gamma_p \right) \quad (2.1a)$$

$$\dot{\mathcal{N}}(t) = \frac{J}{q} - \gamma_e \mathcal{N}(t) - G(t) |\underline{\mathcal{E}}(t)|^2. \quad (2.1b)$$

Dabei ist α der Linienverbreiterungsfaktor, $G(t)$ die optische Verstärkung, $\gamma_p = \tau_p^{-1}$ die Photonenzerfallsrate, $\gamma_e = \tau_e^{-1}$ die Ladungsträgerzerfallsrate, J der Pumpstrom und q die Elementarladung. Der Faktor α berücksichtigt die bei Halbleiterlasern auftretende starke Abhängigkeit der Dispersion von der Verstärkung, die wiederum eine Funktion der Ladungsträgerdichte ist. Er wird auch *linewidth enhancement factor* oder Henrys α genannt [Hen82]. Typische Werte für α liegen im Bereich von 2–7 [OB87]. Die Verstärkung $G(t)$ hängt von der Ladungsträgerzahl ab und wird meist um die Ladungsträgerzahl bei Erreichen der Transparenz \mathcal{N}_t in erster Ordnung entwickelt

$$G(t) = g \left(\mathcal{N}(t) - \mathcal{N}_t \right). \quad (2.2)$$

Dabei ist g der modale Verstärkungskoeffizient in reduzierter Form, d. h. der Einschlussfaktor aufgrund des Wellenkanals ist bereits darin enthalten. In manchen Arbeiten wird anstatt der linearisierten Verstärkung eine modifizierte Form verwendet, bei der Sättigungseffekte berücksichtigt werden. Dies ist zur adäquaten Behandlung dynamischer Phänomene erforderlich [Sac+92].

Das Gleichungssystem (2.1) lässt sich mit einem Ansatz für die komplexe Amplitude

$$\underline{\mathcal{E}}(t) = \sqrt{\mathcal{P}(t)} e^{i\varphi(t)} \quad (2.3)$$

lösen, wobei die langsam veränderliche reale Amplitude $\mathcal{P}(t)$ aufgrund der Normierung der Ratengleichungen der Anzahl der Photonen in der Laserdiode entspricht. Die Phase $\varphi(t)$ ist ebenfalls eine langsam veränderliche Größe. Damit entspricht $\underline{\mathcal{E}}(t)$ der Einhüllenden des elektrischen Feldes

$$\underline{E}(t) = \underline{\mathcal{E}}(t) e^{i\omega(J)t} \quad (2.4)$$

mit der stromabhängigen Laserfrequenz [KO94]

$$\frac{1}{\omega(J)} = \frac{1}{\omega_0} + c_J \frac{J l_d}{\pi N c}. \quad (2.5)$$

Dabei ist c_J der Koeffizient der Frequenzmodulation, l_d die Länge der Laserdiode und $N = \lfloor 2nl_d/\lambda_0 + 0,5 \rfloor$ der ganzzahlige Modenindex. Die Ursache für die Abhängigkeit der Emissionsfrequenz vom Pumpstrom ist die Temperaturabhängigkeit des

Halbleitermaterials in der Größenordnung von $3 \times 10^{-4} \text{ K}^{-1}$ [Mar64; Stu+80]. Aufgrund der relativ niedrigen thermischen Leitfähigkeit dieser Materialien erzeugt eine Stromänderung von 5 mA bereits einen Temperaturanstieg von 0,3 K [LK80].

Durch Einsetzen von (2.3) in (2.1), Separation von Real- und Imaginärteil sowie Hinzufügen der spontanen Emissionsrate R_{sp} ergibt sich folgendes Differentialgleichungssystem

$$\dot{\mathcal{P}}(t) = \mathcal{P}(t) (G(t) - \gamma_p) + R_{\text{sp}} \quad (2.6a)$$

$$\dot{\varphi}(t) = \frac{1}{2} \alpha (G(t) - \gamma_p) \quad (2.6b)$$

$$\dot{\mathcal{N}}(t) = \frac{J}{q} - \gamma_e \mathcal{N}(t) - G(t) \mathcal{P}(t). \quad (2.6c)$$

Wie bereits erwähnt, basieren diese Gleichungen auf der semiklassischen Lasertheorie. Diese ist allerdings nicht in der Lage, Lichtemission unterhalb der Laserschwelle zu beschreiben, da die spontane Emission unberücksichtigt bleibt [Hak81]. Durch einen Vergleich der vollständig quantenmechanischen und der semiklassischen Beschreibung des Lasers wird deutlich, wie sich die spontane Emission in den Raten-gleichungen manifestiert [Hen83]. Es zeigt sich, dass durch eine Modifikation der Photonenzahländerung $\dot{\mathcal{P}}(t)$ mit der Rate

$$R_{\text{sp}} = c_{\text{sp}} \gamma_e \mathcal{N}(t) \quad (2.7)$$

die spontane Emission berücksichtigt werden kann. Dabei stellt c_{sp} einen Gewichtungsfaktor dar.

2.2.1 Leistungskurve und Laserschwelle

Im Folgenden wird der eingeschwungene Zustand (*steady state*) des Systems untersucht. Dieser ist charakterisiert durch eine zeitlich konstante Photonen- $\mathcal{P}(t) = \mathcal{P}_{\text{ss}}$ und Ladungsträgerzahl $\mathcal{N}(t) = \mathcal{N}_{\text{ss}}$. Die Phase $\varphi(t) = \Delta\omega_{\text{ss}} t$ wird als lineare Funktion der Zeit dargestellt, d. h. ihre zeitliche Ableitung $\dot{\varphi}(t) = \Delta\omega_{\text{ss}}$ ist konstant.

Unter diesen Voraussetzungen verschwinden die übrigen zeitlichen Ableitungen und das Gleichungssystem (2.6) kann nach \mathcal{P}_{ss} , $\Delta\omega_{\text{ss}}$ und \mathcal{N}_{ss} aufgelöst werden. Die vollständige Lösung ist unhandlich, sie findet sich in Anhang A.

Interessant ist nun die Analyse der Abhängigkeit der einzelnen Variablen vom Pumpstrom J . Dabei wird zunächst die Photonen- und Ladungsträgerzahl betrachtet, siehe Abbildung 2.1. Die der numerischen Berechnung zugrunde liegenden Parameter sind in Tabelle 2.1 zusammengefasst.

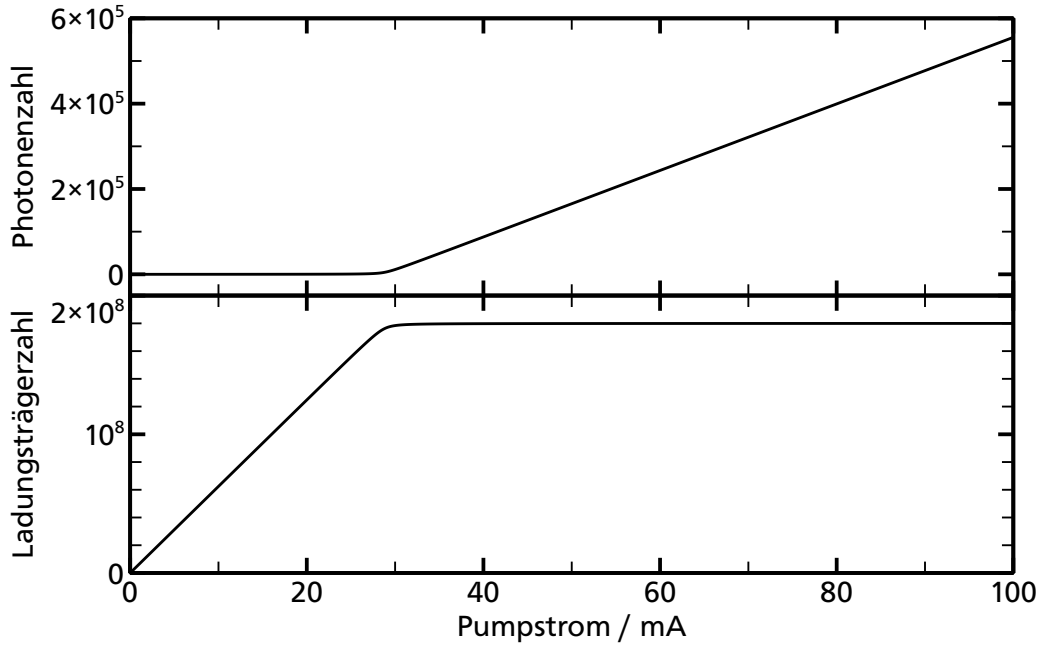


Abb. 2.1: Mit Hilfe der Ratengleichungen berechneter Verlauf der Photonen- und Ladungsträgerzahl in Abhängigkeit des Pumpstroms für einen Halbleiterlaser ohne externe Rückkopplung unter Berücksichtigung spontaner Emission.

Es zeigt sich, dass die Ladungsträgerzahl oberhalb eines bestimmten Wertes nahezu unabhängig vom Pumpstrom ist. Dieser kritische Stromwert markiert die Laserschwelle² und stellt für die Ratengleichungen einen Bifurkationspunkt dar, da oberhalb der Laserschwelle zusätzlich die Lösung $\mathcal{P}_{ss} = 0$ existiert. Zur genauen Bestimmung der Laserschwelle existieren mehrere Möglichkeiten. Am geläufigsten ist eine Extrapolation des linear ansteigenden Teils der Photonenzahl zur $\mathcal{P}_{ss} = 0$ -Achse. Ohne spontane Emission, d. h. $c_{sp} = 0$, lässt sich dieser Punkt leicht berechnen und für den Schwellenstrom gilt

$$J_{th} = q\gamma_e \left(\frac{\gamma_p}{g} + \mathcal{N}_t \right). \quad (2.8)$$

Um mit der Extrapolationsmethode den Schwellenstrom für $c_{sp} > 0$ zu bestimmen, bedarf es nun streng genommen eines Kriteriums für den Beginn des zur Extrapolation verwendeten linear ansteigenden Strombereichs. Speziell für den Betrieb um die Laserschwelle oder für Untersuchungen in dieser Umgebung ist die Extrapolationsmethode daher ungeeignet. Es existieren jedoch alternative, genauere Methoden.

² Genauer handelt es sich hier um die erste Laserschwelle, da bei Klasse C-Lasern noch die zweite Laserschwelle existiert [Oht08, S. 21 ff.].

Tab. 2.1: Auflistung der zur Berechnung der Grafiken benötigten Parameter inklusive der verwendeten Werte. Es handelt sich dabei um typische Werte für GaAlAs-Halbleiter [Flu11].

Parameter	Wert	Einheit	Bezeichnung
α	3		Linienverbreiterungsfaktor
c_J	0,05		Koeffizient der Frequenzmodulation
c_{sp}	1×10^{-5}		Koeffizient der spontanen Emission
g	1×10^4	s^{-1}	Reduzierter modaler Verstärkungskoeffizient
γ_e	1×10^9	s^{-1}	Ladungsträgerzerfallsrate
γ_p	8×10^{11}	s^{-1}	Photonenzerfallsrate
l_d	300×10^{-6}	m	Länge der Laserdiode
n_g	3,6		Gruppenbrechungsindex
\mathcal{N}_t	1×10^8		Ladungsträgerzahl bei Transparenz
$R_1 = R_2$	0,32		Leistungsreflektivität der Diodenfacetten
R_3	0 ... 1		Leistungsreflektivität des externen Spiegels
τ_{ext}	1×10^{-10}	s	Umlaufzeit im externen Resonator

Bei einer Variante ist beispielsweise der Schwellenstrom definiert als der Pumpstrom, bei dem die zweite Ableitung $d^2\mathcal{P}_{ss}/dJ^2$ maximal ist [TL95, S. 113]. Eine Übersicht verschiedener Methoden zur Bestimmung des Schwellenstroms findet sich in [Ilx].

Mit zunehmender spontaner Emissionsrate verschiebt sich der Schwellenstrom zu immer kleineren Werten. Für $c_{sp} = 1$ ist $J_{th} = 0$, man spricht dann auch vom schwellenlosen Laser [De +92].

Es sei noch erwähnt, dass die Unabhängigkeit der Ladungsträgerzahl vom Pumpstrom oberhalb der Laserschwelle besagt, dass nahezu jeder durch den Pumpstrom in die aktive Zone injizierte Ladungsträger ein Photon erzeugt. Aufgrund der geringen Verluste von Ladungsträgern erreichen Halbleiterlaser daher eine sehr hohe externe Effizienz von typischerweise 50 % [Kit02, S. 609]. Diese Effizienz lässt sich gut veranschaulichen, wenn man anstatt der Photonenzahl die optische Leistung des Lasers betrachtet, da so der direkte Vergleich mit der aufgebrachten elektrischen Leistung möglich ist. Unter der Annahme einer internen Quanteneffizienz von 100 % aufgrund der bereits erwähnten Sättigung der Ladungsträgerzahl ergibt sich für die Gesamtleistung [Pet88, S. 36]

$$P_{tot} = \hbar\omega(J) \frac{c}{2l_d n_g} \ln \left(\frac{1}{R_1 R_2} \right) \mathcal{P}_{ss}. \quad (2.9)$$

Neben den bereits eingeführten Parametern ist dabei \hbar das reduzierte Plancksche Wirkungsquantum, c die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum, n_g der Gruppenbrechungsindex und R_1, R_2 die Leistungsreflektivität der jeweiligen Laserdioden-Facette,

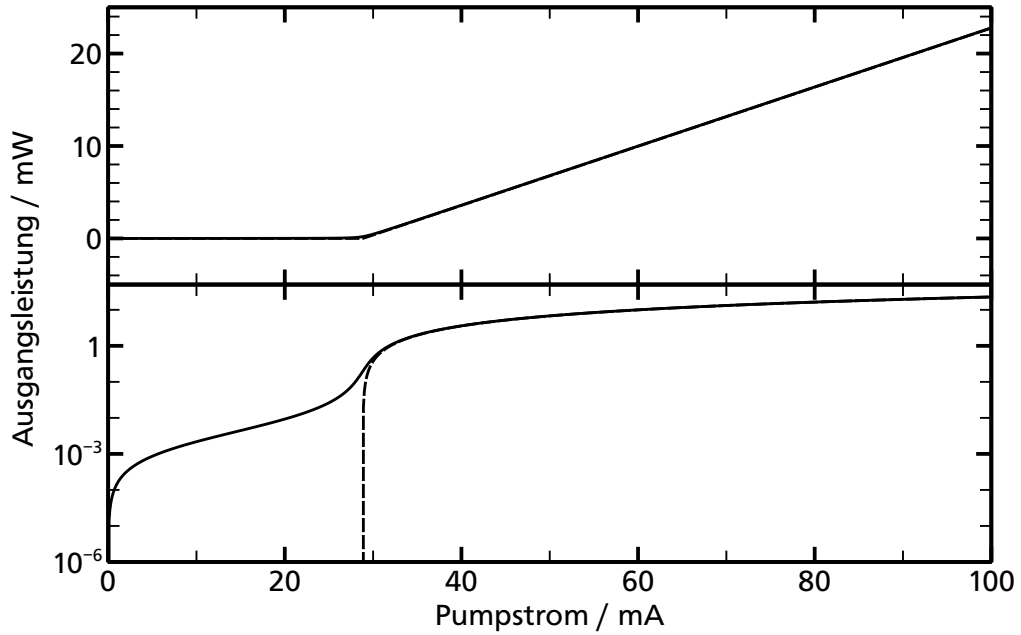


Abb. 2.2: Berechnete Ausgangsleistung als Funktion des Pumpstroms, in linearer und semi-logarithmischer Darstellung. Die gestrichelte Linie zeigt den Verlauf ohne Berücksichtigung spontaner Emission.

siehe auch Tabelle 2.1. Für die tatsächliche Ausgangsleistung an der Laserdiodenfazette 1(2) gilt [Pet88, S. 35]

$$P_{1(2)} = \frac{(1 - R_{1(2)}) \sqrt{R_{2(1)}}}{(\sqrt{R_{1(2)}} + \sqrt{R_{2(1)}}) (1 - \sqrt{R_{1(2)} R_{2(1)}})} \cdot P_{\text{tot}}. \quad (2.10)$$

Mit Hilfe dieser Formeln wurde nun aus der Photonenzahl die Ausgangsleistung als Funktion des Pumpstroms berechnet, siehe Abbildung 2.2. Die dazu verwendeten Parameter entsprechen den Angaben von Tabelle 2.1. Dabei wurde auch eine Leistungskurve mit $c_{\text{sp}} = 0$, also mit verschwindender spontaner Emission berechnet. Die semi-logarithmische Darstellung hebt den Einfluss der spontanen Emission besonders deutlich hervor.

2.2.2 Optisches Spektrum und Linienbreite

Unter Vernachlässigung externer Rauscheffekte, wie beispielsweise Ladungsträgerfluktuationen aufgrund der Pumpstromquelle, stellt die spontane Emission die fundamentale Rauschquelle dar. Die Linienbreite und das optische Spektrum hängen

folglich von der Stärke und der Statistik der spontanen Emission ab. Im Folgenden werden die Zusammenhänge zwischen Spektrum respektive Linienbreite und der spontanen Emission quantifiziert.

Ein einzelnes spontanes Emissionsereignis wirkt sich auf die aktive Lasermode durch eine Amplitudenänderung, d. h. eine Änderung der Photonenzahl sowie eine Phasenänderung aus. Die Phasenänderung $\Delta\phi(\tau) = \phi(t - \tau) - \phi(t)$ besteht aus einer instantanen Änderung aufgrund der Phase des spontan emittierten Photons sowie einer verzögerten, gedämpften Änderung auf der Zeitskala der sog. Relaxationsoszillationen und ist daher zeitabhängig. Die Ursache für die retardierte Phasenänderung liegt in der bereits erwähnten Kopplung von Verstärkung und Dispersion bei Halbleiterlasern, quantifiziert durch den Linienverbreiterungsfaktor α [Hen82]. Die Amplitudenänderung hat also einen Einfluss auf die Phase und darf aufgrund der starken Kopplung bezüglich dieser Eigenschaft nicht vernachlässigt werden. Bei den Relaxationsoszillationen handelt es sich um gedämpfte Schwingungen der inneren Laserfreiheitsgrade $\mathcal{P}(t)$, $\mathcal{N}(t)$ und $\Delta\omega(t)$ als Systemantwort auf intrinsische oder externe Störungen, die beispielsweise durch spontane Emission oder Fluktuationen des Pumpstroms hervorgerufen werden. Die Frequenz dieser Schwingungen wird im Folgenden mit f_r bezeichnet. Ihr Ursprung liegt im Wechselspiel von Photonen- und Ladungsträgerzahl, welches sich im Ratengleichungssystem durch die Kopplung der einzelnen Gleichungen widerspiegelt.

Ziel ist nun die Berechnung des optischen Spektrums $S(\omega)$ in Abhängigkeit einer beliebigen spektralen Leistungsdichte $S_{\dot{\phi}}(\omega')$ des Frequenzrauschens. Da unterschiedliche Rauschtypen spezifische Frequenzspektren aufweisen, lässt sich so das resultierende optische Spektrum und die Linienbreite für den jeweiligen Rauschtyp berechnen. Nach dem Wiener-Chintschin-Theorem, siehe beispielsweise [Hak81, S. 168], ist die spektrale Leistungsdichte des optischen Spektrums

$$S(\omega) = \mathcal{F} \left(\left\langle \underline{E}(t + \tau) \underline{E}^*(t) \right\rangle \right) = \mathcal{F} (\Gamma(\tau)) \quad (2.11)$$

gleich der Fouriertransformierten der Autokorrelationsfunktion des elektrischen Feldes. Unter Vernachlässigung der Amplitudenschwankungen gilt für die Autokorrelationsfunktion

$$\Gamma(\tau) = \exp \left(-\frac{1}{2} \left\langle \Delta\phi^2(\tau) \right\rangle \right), \quad (2.12)$$

sofern für die Statistik der Phasenfluktuationen eine Normalverteilung vorliegt. Diese Annahme ist jedoch aufgrund der Beschreibung der spontanen Emission mittels der Langevin-Kräfte plausibel, da diese einer Normalverteilung unterliegen, siehe auch Abschnitt 2.1. Dabei ist $\left\langle \Delta\phi^2(\tau) \right\rangle$ die mittlere quadratische Abweichung der Pha-

senänderung. Diese lässt sich aus dem Leistungsspektrum der Frequenzfluktuationen $S_{\phi}(\omega')$ berechnen [Mer91]

$$\langle \Delta \phi^2(\tau) \rangle = \frac{4}{\pi} \int_0^\infty \sin^2 \left(\frac{\omega' \tau}{2} \right) S_{\phi}(\omega') \frac{d\omega'}{\omega'^2}. \quad (2.13)$$

Für die Frequenzfluktuationen durch die spontane Emission kann angenommen werden, dass sie unabhängig von der Rauschfrequenz sind. Es handelt sich folglich um weißes Rauschen³ und es gilt

$$S_{\phi}(\omega') = k_0. \quad (2.14)$$

Es ist möglich, die spektrale Leistungsdichte des Frequenzrauschens mit Hilfe der Autokorrelation der Frequenzfluktuationen direkt zu berechnen [Pet88, S. 203]. Dadurch erhält man mit

$$k_0 = \frac{R_{\text{sp}}}{2\mathcal{P}_{\text{ss}}} (1 + \alpha^2) \quad (2.15)$$

einen von den Laserparametern abhängigen Ausdruck für die spektrale Leistungsdichte des Frequenzrauschens aufgrund der spontanen Emission. Die Photonenzahl \mathcal{P}_{ss} lässt sich dann mit Hilfe von Gleichung (2.9) durch die Ausgangsleistung ersetzen.

Mit dem Ansatz (2.14) folgt für die Autokorrelationsfunktion

$$\Gamma(\tau) = \exp \left(-\frac{k_0 |\tau|}{2} \right) \quad (2.16)$$

und für das Spektrum

$$S(\omega) = \frac{k_0}{(\omega - \omega_0)^2 + k_0^2/4}. \quad (2.17)$$

Das optische Spektrum entspricht also einer Lorentz-Verteilung mit der Halbwertsbreite k_0 . Allgemein gilt für die minimale Linienbreite eines Lasers das Schawlow-Townes-Limit [ST58]. Durch einen Vergleich dieser unteren Schranke mit Gleichung (2.15) zeigt sich, dass beide Linienbreiten bis auf den Faktor $(1 + \alpha)^2$ identisch sind. Daher wird Gleichung (2.15) auch als das modifizierte Shawlow-Townes-Limit bezeichnet.

Wie in Gleichung (2.15) deutlich wird, ist die Linienbreite des Halbleiterlasers reziprok proportional zur Ausgangsleistung. Tatsächlich zeigen experimentelle Untersuchungen jedoch, dass die Linienbreite einen leistungsunabhängigen Anteil besitzt,

³ Zumindest für Frequenzen unterhalb der Relaxationsoszillationen [Mer91]

dem sie sich mit steigender Ausgangsleistung annähert [Kik89]. Um dieses Verhalten korrekt zu beschreiben, muss das Rauschspektrum modifiziert werden [OH83; KO85]

$$S_{\dot{\phi}}(\omega) = k_0 + \frac{k_1}{\omega}. \quad (2.18)$$

Der Ursprung dieses $1/f$ -Rauschens⁴ liegt in Fluktuationen des Pumpstroms [AR88; Bur97], die sich auf die Ladungsträgerzahl und damit auf die Verstärkung bzw. aufgrund des α -Faktors auf die Phase auswirken. Berechnet man nun mit Hilfe der Gleichungen (2.11) bis (2.13) das optische Spektrum $S(\omega)$ des $1/f$ -Rauschens, so ergibt sich ein gaußförmiges Linienprofil [WK83]. Das Spektrum unter Berücksichtigung von weißem und rosa Rauschen resultiert in einer Faltung aus Lorentz- und Gaußverteilung, dem Voigt-Profil [Mer91].

Zur Bestimmung der Linienbreite sowie der Gewichtungsfaktoren k_i der jeweiligen Rauschtypen existieren verschiedene experimentelle Methoden. Diese werden in Abschnitt 4.1 vorgestellt und finden ihre Anwendung in den Abschnitten 4.2 und 4.3.

Es sei noch angemerkt, dass die Modellierung der spektralen Leistungsdichte des Frequenzrauschens mit Gleichung (2.18) nur für Frequenzen unterhalb der Relaxationsoszillationsfrequenz f_r gilt. Diese liegt in der Größenordnung von 1 GHz bis 10 GHz [Oht08, S. 38] und manifestiert sich im Rauschspektrum durch einen Resonanzberg bei f_r . Infolgedessen weist das resultierende optische Spektrum $S(\omega)$ entsprechende Seitenbänder im Frequenzabstand $2\pi n f_r$, $n \in \mathbb{N}$ zur Emissionsfrequenz auf [Dai+83]. Wird nun noch die bisher vernachlässigte Amplitudenänderung aufgrund der spontanen Emission in der Herleitung des optischen Spektrums berücksichtigt, ergibt sich eine Asymmetrie bezüglich der Amplitude dieser Satellitenlinien [Ext+92].

2.3 Laserdioden mit Rückkopplung

Im Folgenden werden die im vorhergehenden Abschnitt bereits vorgestellten Raten-gleichungen erweitert, um einen Halbleiterlaser mit externer optischer Rückkopplung (*external feedback*) zu beschreiben. Diese Rückkopplung kann auf verschiedene Arten erreicht werden, beispielsweise durch Spiegel oder Reflexionsgitter sowie Kombinationen daraus. Das Gesamtsystem wird als Laserdiode mit externem Resonator (*external cavity diode laser*, ECDL) bezeichnet. Die prominentesten Bauarten von ECDLs sind die Littrow- und die Littman-Anordnung [Pal05; LL81]. Eine ausführliche Übersicht findet sich in [Ye04]. Speziell auf die Littrow-Anordnung wird in Abschnitt 3.2.1 noch genauer eingegangen.

⁴ Das $1/f$ -Rauschen wird auch als rosa Rauschen oder Funkelrauschen bezeichnet.

Ausgangspunkt der Beschreibung sind die Ratengleichungen (2.1). Durch die externe Rückkopplung überlagert sich nun ein Teil der komplexen Feldamplitude $\kappa \underline{\mathcal{E}}(t - \tau_{\text{ext}})$ mit der Amplitude der Lasermode. Dabei ist dieser Anteil um die externe Umlaufzeit $\tau_{\text{ext}} = (2l_{\text{ext}})/c$ retardiert, er weist folglich eine Phasenverschiebung gegenüber dem internen Lichtfeld auf. Damit lässt sich die Ratengleichung für die komplexe Amplitude schreiben als

$$\dot{\underline{\mathcal{E}}}(t) = \frac{1}{2} \underline{\mathcal{E}}(t) (1 + i\alpha) (G(t) - \gamma_p) + \kappa \underline{\mathcal{E}}(t - \tau_{\text{ext}}) e^{-i\omega(J)\tau_{\text{ext}}}, \quad (2.19)$$

wobei

$$\kappa = \frac{(1 - R_2)}{\tau_{\text{int}}} \sqrt{\frac{R_3}{R_2}} \quad (2.20)$$

die Rückkopplungsrate darstellt. Dabei ist $\tau_{\text{int}} = (2nl_d)/c$ die interne Umlaufzeit und R_3 die Leistungsreflektivität des rückkoppelnden Elements. Diese Form der Ratengleichungen wurde erstmals 1980 von Lang und Kobayashi präsentiert [LK80]. Dabei werden mehrfache Umläufe im externen Resonator vernachlässigt. Aufgrund der relativ geringen Facettenreflektivität R_1, R_2 ist diese Näherung allerdings auch für hohe externe Reflektivitäten in den meisten Fällen ausreichend. Eine Formulierung bei der auch Mehrfachreflexionen korrekt beschrieben werden, findet sich beispielsweise in [OG83; Sig93; KO94]. Dabei werden die Facetten- und die externe Reflektivität als eine effektive Reflektivität aufgefasst, die durch eine geometrische Reihe repräsentiert wird.

Das Lösen der Ratengleichung erfolgt äquivalent zur in Abschnitt 2.2 bereits präsentierten Vorgehensweise, soll aber an dieser Stelle etwas ausführlicher nachvollzogen werden. Als Lösungsansatz dient wieder die langsam veränderliche komplexe Amplitude $\underline{\mathcal{E}}(t)$, siehe Gleichung (2.3). Daraus folgt für die zeitliche Ableitung

$$\dot{\underline{\mathcal{E}}}(t) = \frac{\dot{\mathcal{P}}(t)}{2\sqrt{\mathcal{P}(t)}} e^{i\varphi(t)} + i\dot{\phi}(t) \sqrt{\mathcal{P}(t)} e^{i\varphi(t)}. \quad (2.21)$$

Setzt man dies nun zusammen mit Gleichung (2.3) in Gleichung (2.19) ein, erhält man

$$\begin{aligned} \frac{\dot{\mathcal{P}}(t)}{2} + i\dot{\phi}(t)\mathcal{P}(t) &= \frac{\mathcal{P}(t)}{2} (1 + i\alpha) (G(t) - \gamma_p) \\ &\quad + \kappa \sqrt{\mathcal{P}(t)\mathcal{P}(t - \tau_{\text{ext}})} e^{-i\phi(t)}. \end{aligned} \quad (2.22)$$

Dabei stellt $\phi(t) = \varphi(t - \tau_{\text{ext}}) - \varphi(t) - \tau_{\text{ext}}\omega(J)$ die aufgrund des externen Resonators auftretende Phasenverschiebung dar.

Nachfolgend wird nun die Amplitude, d. h. die Photonenzahl, und die Phase des elektrischen Feldes getrennt betrachtet. Dies geschieht durch Separation von Real- und Imaginärteil von Gleichung (2.22) und resultiert in

$$\dot{\mathcal{P}}(t) = \mathcal{P}(t) \left(G(t) - \gamma_p \right) + 2\kappa \sqrt{\mathcal{P}(t)\mathcal{P}(t - \tau_{\text{ext}})} \cos(\phi(t)) \quad (2.23a)$$

$$\dot{\phi}(t) = \frac{1}{2}\alpha \left(G(t) - \gamma_p \right) - \kappa \sqrt{\frac{\mathcal{P}(t - \tau_{\text{ext}})}{\mathcal{P}(t)}} \sin(\phi(t)). \quad (2.23b)$$

Betrachtet man nun wie in Abschnitt 2.2.1 beschrieben den eingeschwungenen Zustand definiert durch $\mathcal{P}(t) = \mathcal{P}_{\text{ss}}$, $\mathcal{N}(t) = \mathcal{N}_{\text{ss}}$ sowie $\varphi(t) = \Delta\omega_{\text{ss}}t$ und ergänzt die Bilanzgleichung für die Photonen um die Rate der spontanen Emission, so folgt

$$0 = \mathcal{P}_{\text{ss}} \left[\left(G(t) - \gamma_p \right) + 2\kappa \cos\left(\tau_{\text{ext}}\left(\omega(J) + \Delta\omega_{\text{ss}}\right)\right) \right] + R_{\text{sp}} \quad (2.24a)$$

$$\Delta\omega_{\text{ss}} = \frac{1}{2}\alpha \left(G(t) - \gamma_p \right) - \kappa \sin\left(\tau_{\text{ext}}\left(\omega(J) + \Delta\omega_{\text{ss}}\right)\right). \quad (2.24b)$$

Das Gleichungssystem (2.1b) und (2.24) stellt nun die Basis für die folgenden Untersuchungen und Berechnungen dar. Im Vergleich zu den Ratengleichungen der Laserdiode ohne Rückkopplung ist die Frequenzverschiebung $\Delta\omega$ hierbei allerdings Lösung der transzendenten Gleichung (2.24b). Je nach Parametrisierung existieren dabei eine oder mehrere Lösungen $\Delta\omega_{\text{ss},i}$. Die Moden mit der Oszillationsfrequenz $\omega_i = \omega_0 + \Delta\omega_{\text{ss},i}$ werden als externe Resonatormoden (*external cavity modes*, ECM) bezeichnet. Jede dieser Moden ist dabei charakterisiert durch ihre Stabilität und Photonenzahl respektive Ausgangsleistung. Bezüglich der Stabilitätsanalyse wird zwischen stabilen und nicht-stabilen Moden unterschieden, wobei letztere auch als Antimoden bezeichnet werden. Eine detaillierte Stabilitätsanalyse zur Unterscheidung des Grads der Stabilität ist sehr umfangreich, es existiert jedoch zumindest eine notwendige Bedingung für Stabilität. Diese beruht auf einer linearen Stabilitätsanalyse der Ratengleichungen des eingeschwungenen Zustands [LV84]. Erfüllt eine ECM die Ungleichung

$$1 + C \cos\left(\tau_{\text{ext}}\left(\omega(J) + \Delta\omega_{\text{ss}}\right)\right) > 0 \quad (2.25)$$

$$\text{mit } C = \kappa\tau_{\text{ext}}\sqrt{1 + \alpha^2}, \quad (2.26)$$

so kommt sie als potenzielle Mode in Betracht, ansonsten handelt es sich um eine Antimode, d. h. es besteht destruktive Interferenz zwischen den Lichtfeldern der Laserdiode und der Rückkopplung. Welche der stabilen Moden tatsächlich die Laseremission dominiert, hängt von ihrem jeweiligen Schwellenstrom ab. Dabei ist die Mode mit der niedrigsten Laserschwelle immer stabil [TOO84]. Sie wird auch als

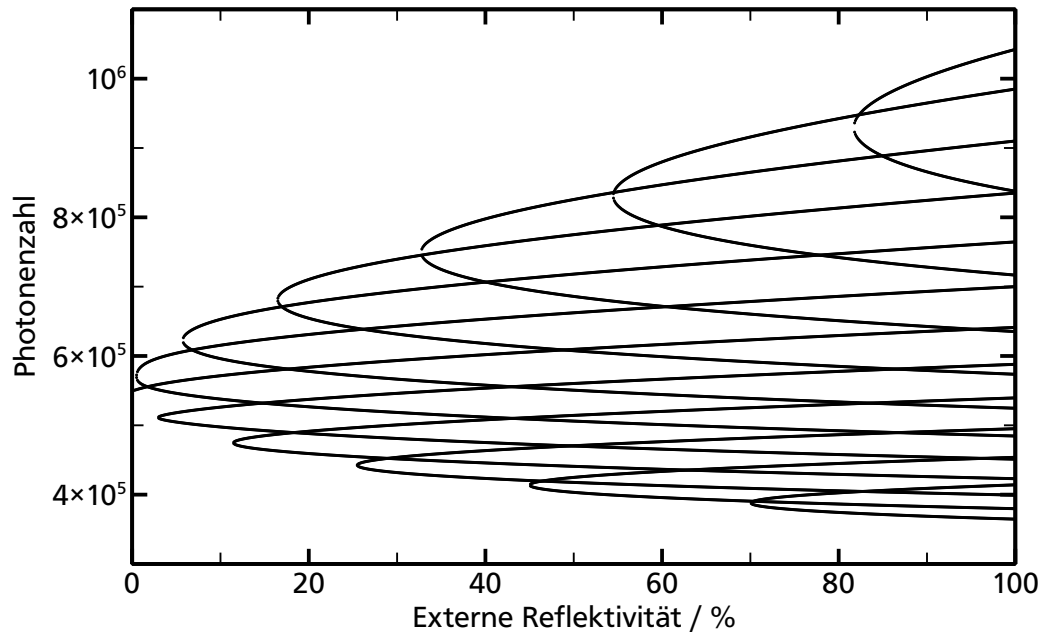


Abb. 2.3: Auf Basis der Ratengleichungen numerisch berechnete Photonenzahl eines Halbleiterlasers mit externer optischer Rückkopplung als Funktion der Reflektivität des externen Reflektors für einen Pumpstrom von $J = 0,5 \text{ A}$.

maximum gain mode bezeichnet, da sie die größte Photonenzahl, d. h. die niedrigste Ladungsträgerzahl und damit die höchste Ausgangsleistung aufweist [Lev+95]. Neben der Mode mit maximaler Verstärkung existiert noch eine weitere ausgezeichnete Mode, die Mode minimaler Linienbreite oder *minimum linewidth mode*, auf die in Abschnitt 2.3.2 genauer eingegangen wird.

Im Folgenden werden nun die ECMs in Abhängigkeit verschiedener Parameter analysiert. Um einen Überblick über die ECMs und den Einfluss der externen Rückkopplung zu bekommen, wird zunächst die Photonenzahl der Moden oberhalb der Laserschwelle als Funktion der Reflektivität des externen Reflektors R_3 berechnet und visualisiert, siehe Abbildung 2.3.

Die Ratengleichungen wurden dabei mit Hilfe von Mathematica⁵ numerisch gelöst, das entsprechende Skript befindet sich in Kapitel B des Anhangs. Die verwendete Parametrisierung ist in Tabelle 2.1 im vorherigen Abschnitt zusammengefasst. Bereits für eine niedrige externe Reflektivität von unter fünf Prozent existieren mehrere ECMs. Die Ursache für diese hohe Empfindlichkeit von Halbleiterlasern auf externe optische Rückkopplung besteht in der geringen Facettenreflektivität und der hohen

⁵ Mathematica[®] Version 8.0 (Linux) von Wolfram Research, Inc., Champaign, IL, USA, <http://www.wolfram.com>

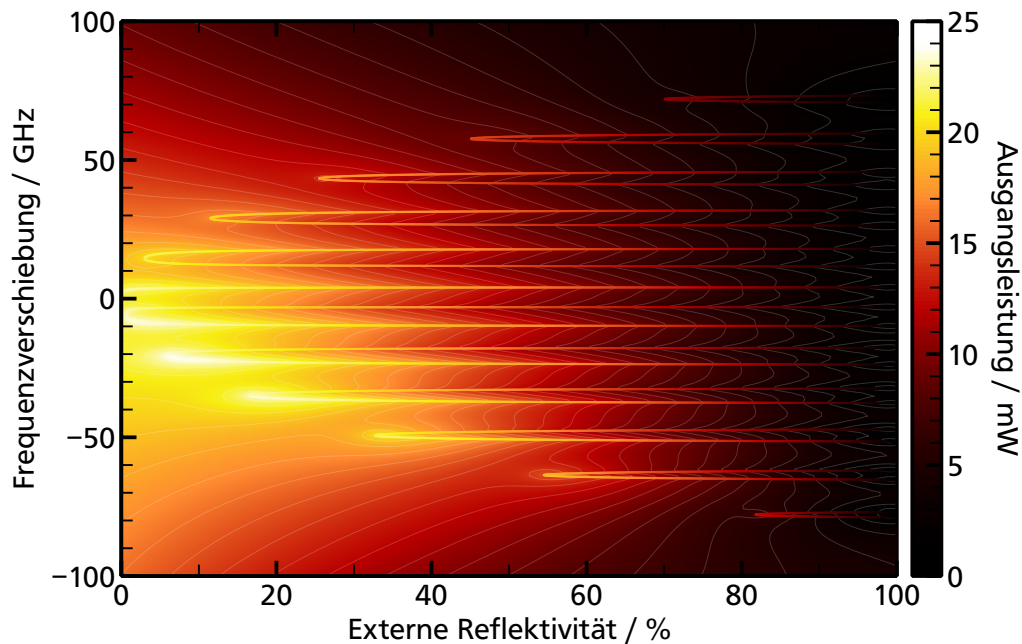


Abb. 2.4: Charakterisierung der ECMs bezüglich ihrer Frequenzverschiebung und Ausgangsleistung in Abhängigkeit der externen Reflektivität. Die ECMs sind diskrete Lösungen der Ratengleichungen, der Farbverlauf sowie die Isarithmen dienen lediglich der besseren Darstellung.

Verstärkung, d. h. Halbleiterlaser sind im Vergleich zu den meisten anderen Lasertypen relativ offene Systeme, die durch geringe externe Einflüsse gestört werden können.

Die Lösungen der Ratengleichungen für die Ladungsträgerzahl ähneln qualitativ den präsentierten Lösungen der Photonenzahl und werden daher nicht dargestellt.

Ein weiterer Aspekt ist die für eine ECM charakteristische Frequenzverschiebung $\Delta\omega_i$. Analog zur Photonenzahl soll diese in Abhängigkeit der externen Reflektivität dargestellt werden. Darüberhinaus wird die der jeweiligen Mode zugehörige Photonenzahl unter Verwendung von Gleichung 2.9 in die entsprechende Ausgangsleistung umgerechnet⁶. Dadurch lässt sich die Mode maximaler Verstärkung unmittelbar identifizieren, siehe Abbildung 2.4.

Es zeigt sich, dass mit zunehmender externer Reflektivität Paare von Mode und Antimode an Bifurkationspunkten entstehen. Dabei ist für hohe Reflektivitäten erkennbar, dass der Phasenraum einen chaotischen Charakter bekommt, da die einzelnen Moden bezüglich der Ausgangsleistung immer ähnlicher werden. Dieses Verhalten

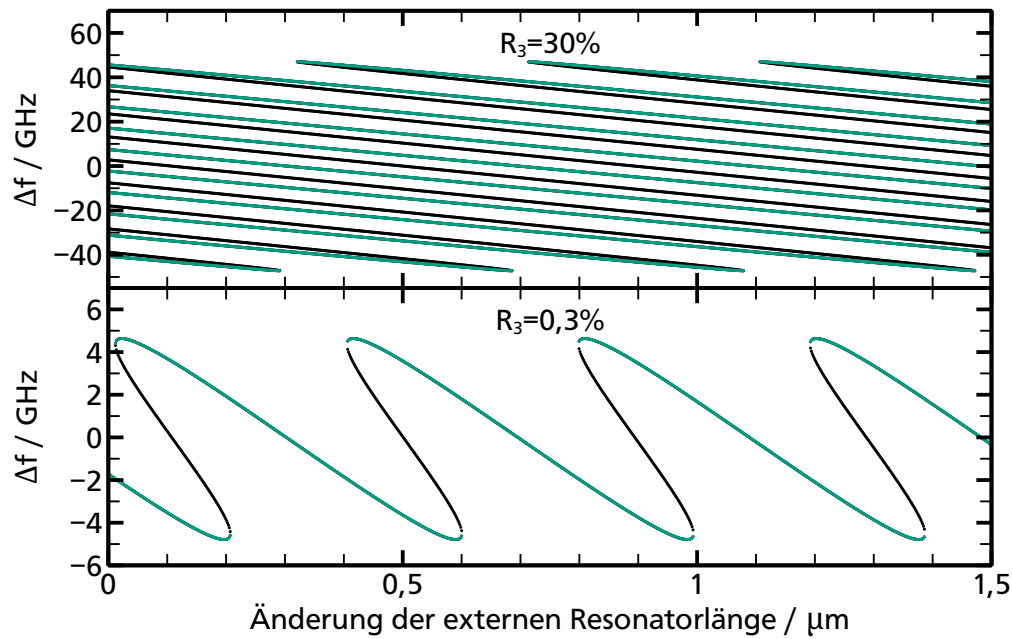
⁶ Dabei gilt für die Ausgangsleistung nach dem externen Reflektor $P_3 = P_{1(2)}R_3$.

kann auch experimentell als sog. Kohärenzkollaps (*coherence collapse*) beobachtet werden [LVD85].

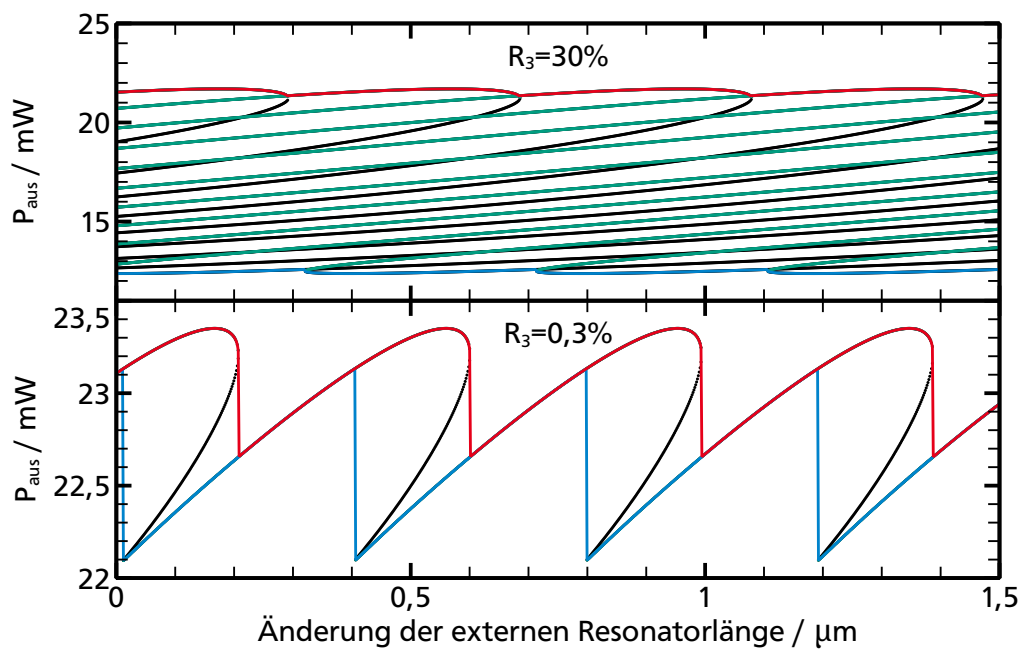
Als letzter Parameter in diesem Abschnitt wird die Umlaufzeit des externen Resonators τ_{ext} als freier Parameter betrachtet. Experimentell entspricht dies einer Änderung der externen Resonatorlänge. Abbildung 2.5 zeigt die Auswirkung dieser Änderung auf die Frequenzverschiebung respektive Ausgangsleistung bei einem konstanten Pumpstrom oberhalb der Laserschwelle.

In Abhängigkeit der externen Reflektivität zeigt sich dabei eine unterschiedliche Anzahl möglicher ECMs für eine bestimmte Längenänderung. Für jede dieser Moden ist deutlich eine periodische Schwankung der Frequenzverschiebung $\Delta f_i = \Delta\omega_i/(2\pi)$ sowie der Ausgangsleistung zu erkennen, wobei der Unterschied zwischen der maximalen und minimalen Änderung des jeweiligen Parameters im Falle höherer externer Reflektivität größer ist. Ferner weisen die Auswirkungen der Längenänderung ein Hystereseverhalten auf. Für den Fall $R_3 = 0,3\%$ beispielsweise folgt die Ausgangsleistung bei einer Vergrößerung der externen Resonatorlänge der roten Linie. Wird der Resonator nun verkleinert, kann auch die blaue Mode erreicht werden. Diese weist zwar eine geringere Ausgangsleistung auf, ist aber ebenfalls stabil, so dass der Modensprung erst erfolgt, wenn die Mode nicht mehr zur Verfügung steht. Die Ursache für die Leistungsschwankungen liegen dabei in der Phase des rückgekoppelten Lichtfeldes. Einzig bei idealer konstruktiver Interferenz mit dem Lichtfeld der Laserdiode ist die Ausgangsleistung maximal. Folglich stellt der Halbleiterlaser mit externer Rückkopplung auch eine Art von Interferometer dar [Rud68]. Für Anwendungen, die auf den periodischen Änderungen der Ausgangsleistung eines Halbleiterlasers aufgrund optischer Rückkopplung basieren, hat sich der Begriff *self mixing interferometry* etabliert [Wan+94]. Dabei lassen sich beispielsweise Längenänderungen mit Sub-Nanometer Genauigkeit messen [Giu+02], wobei die Hysteresis zur Diskriminierung der Richtung genutzt werden kann [DGM95]. Ferner lassen sich Geschwindigkeiten [Giu+02] und Vibrationen [GBPD03] berührungslos detektieren. Auch die Bestimmung von Laserparametern, wie beispielsweise der Linienbreite [GN00] oder des Linienverbreiterungsfaktors α [YGD04] sind möglich.

Es sei noch angemerkt, dass eine Vergrößerung der externen Resonatorlänge bis zum Auftreten eines Modensprungs zu einer Verkleinerung der Frequenz, also zu einer Vergrößerung der Wellenlänge führt, siehe Abbildung 2.5. Dies bestätigt die Vorstellung, dass die Lösungen der Ratengleichungen als externe Resonatormoden aufgefasst werden können, da der externe Resonator die Emissionseigenschaften dominiert. Wird nun bei einer Vergrößerung des externen Resonators gleichzeitig der Pumpstrom verringert oder umgekehrt, so lässt sich die Stabilitätsbedingung der Mode aufrecht erhalten und der Modensprung damit verhindern. Dieses Vorgehen resultiert folglich in einem modensprungfreien Durchstimmen der Wellenlänge des ECDLs, wobei aufgrund der Änderung des Pumpstroms die Ausgangsleistung var-



(a)



(b)

Abb. 2.5: Berechnete Frequenzverschiebung und Ausgangsleistung der ECMs als Funktion der externen Resonatorlänge für zwei verschiedene externe Reflektivitäten. Dabei sind stabile Moden grün, Antimoden schwarz und die Mode mit der höchsten (niedrigsten) Ausgangsleistung rot (blau) dargestellt.

riert. Die experimentelle Schwierigkeit besteht nun darin, die Änderungsraten von Pumpstrom und externer Resonatorlänge so aufeinander abzugleichen, dass die Stabilitätsbedingung der Mode stets aufrecht erhalten wird. In Rahmen dieser Arbeit wurden Verfahren entwickelt, die basierend auf der aktiven Regelung des Stroms eine präzise Kontrolle der Stabilitätsbedingung erlauben und damit die experimentelle Schwierigkeit beseitigen. Die Verfahren sowie die damit möglichen Anwendungen und Ergebnisse werden in Kapitel 3 präsentiert und diskutiert.

2.3.1 Leistungskurve und Laserschwelle

Eine Änderung des Pumpstroms verursacht, wie durch Gleichung (2.5) beschrieben, eine Änderung der Emissionsfrequenz $\omega(J)$. Dies führt wiederum zu einer Änderung der Phase $\phi(t)$ in den Gleichungen (2.23). Folglich beeinflusst auch der Pumpstrom die Eigenschaften der externen Resonatormoden.

Äquivalent zur Vorgehensweise im vorherigen Abschnitt wird die Frequenzverschiebung der ECMs sowie ihre Ausgangsleistung berechnet, hier jedoch in Abhängigkeit des Pumpstroms, siehe Abbildung 2.6. Aufgrund der starken Stromabhängigkeit der ECMs ist lediglich ein kleiner Stromausschnitt oberhalb der Laserschwelle dargestellt. Die Ursache für diese hohe Sensitivität im Bezug auf eine Parameteränderung ist die im Vergleich zum externen Resonator kleine Länge des Halbleiterlasers.

Analog zu Änderungen in der externen Resonatorlänge oder der externen Reflektivität verursacht eine Pumpstromänderung eine periodische Frequenzverschiebung und Ausgangsleistungsfluktuation der ECMs. Auffällig ist dabei, dass der Verlauf der Frequenzverschiebung aufgrund der Stromänderung qualitativ äquivalent zur Frequenzverschiebung durch Änderung der externen Resonatorlänge ist, jedoch die inverse Neigung aufweist. Bei der Ausgangsleistung lässt sich im Vergleich zur freilaufenden Laserdiode ferner eine Verringerung der Laserschwelle sowie eine Abflachung der Leistungskurve beobachten. Diese Effekte sind abhängig von der Stabilität der Mode, siehe auch Gleichung (2.25). Die Absenkung der Laserschwelle durch externe optische Rückkopplung lässt sich aus den Ratengleichungen berechnen [HS79; Pat+83]

$$\frac{J_{\text{th,fb}}}{J_{\text{th}}} = \left[1 - 2 \frac{\kappa}{\gamma_p} \cos \left(\tau_{\text{ext}} \left(\omega_0 + \Delta\omega_{g,\text{max}} \right) \right) \right]. \quad (2.27)$$

Dabei repräsentiert $\Delta\omega_{g,\text{max}}$ die Frequenzverschiebung für die ECM mit der maximalen Verstärkung und J_{th} die Laserschwelle ohne externe Rückkopplung. Es sei noch angemerkt, dass Gleichung (2.27) analog zu den Lang-Kobayashi-Ratengleichungen mehrfache Umläufe im externen Resonator nicht berücksichtigt und somit eine Näherung darstellt. Durch Zusammenfassen der Facetten- und der externen Reflektivität

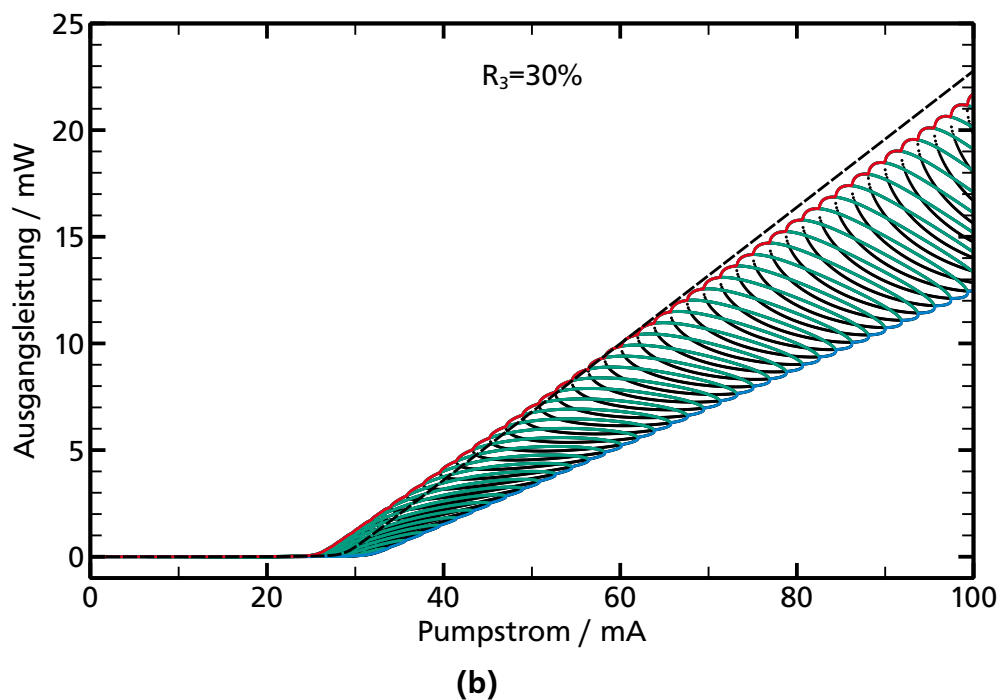
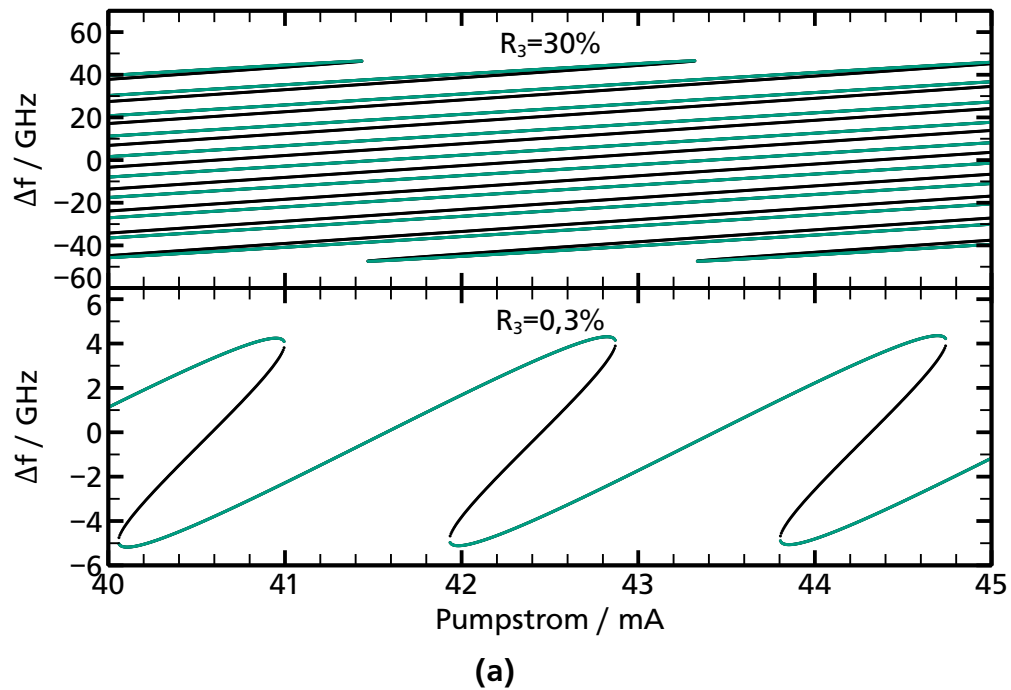


Abb. 2.6: Berechnete Frequenzverschiebung und Ausgangsleistung der ECMs als Funktion des Pumpstroms. Dabei sind stabile Moden grün, Antimoden schwarz und die Mode mit der höchsten (niedrigsten) Ausgangsleistung rot (blau) dargestellt. Die gestrichelte Linie in der unteren Abbildung zeigt zum Vergleich die Ausgangsleistung ohne Rückkopplung.

zu einer komplexwertigen effektiven Reflektivität ist es auf Kosten des Umfangs der Formeln auch möglich, diese Mehrfachreflexionen zu berücksichtigen [OG83; Sig93].

2.3.2 Optisches Spektrum und Linienbreite

Die externe optische Rückkopplung wirkt sich auch auf die spektralen Eigenschaften des Halbleiterlasers aus. Wie in Abschnitt 2.3 bereits beschrieben, ändert sich entsprechend der Parametrisierung, d. h. je nach Amplitude und Phase der Rückkopplung, die Stabilität des ECDLs. Basierend auf experimentellen Untersuchungen wurde eine phänomenologische Klassifizierung anhand des Parameters C aus Gleichung (2.26) in fünf verschiedene Regime vorgenommen [TC86]. Dabei ist allerdings zu beachten, dass C aufgrund der Abhängigkeit von τ_{ext} mit der externen Resonatorlänge zusammenhängt. Ferner weist die Lage der Regimegrenzen eine Abhängigkeit von der Ausgangsleistung auf [SP88]. Die im folgenden angegebenen Werte für C stammen aus [Pet88] und basieren auf einer externen Resonatorlänge von 50 cm sowie einer Ausgangsleistung von 5 mW. Für die Klassifizierung sind sie lediglich als grobe Richtwerte zu verstehen.

Zu den fünf Regimes gehört der bereits erwähnte Kohärenzkollaps $40 \lesssim C \lesssim 100$ (Regime IV), der durch eine sehr große Linienbreite von einigen 10 GHz charakterisiert ist [LVD85; Pet95]. Für viele Anwendungen interessant sind allerdings die zwei stabilen Regime $15 \lesssim C \lesssim 40$ (Regime III) und $C \gtrsim 100$ (Regime V), bei denen eine deutliche Verringerung der Linienbreite vorliegt. Interessanterweise sind diese bezüglich ihrer Rückkopplungsstärke durch den Kohärenzkollaps separiert. Das Regime I mit $C \lesssim 1$ weist eine starke Abhängigkeit der Linienbreite von der Phase des zurückgekoppelten Lichts auf, Regime II mit $1 \lesssim C \lesssim 15$ ist sehr instabil und charakterisiert durch eine Konkurrenz zwischen der Mode minimaler Linienbreite und minimaler Laserschwelle.

Mit einem ECDL sind prinzipiell niedrigere Linienbreiten als mit einer solitären Laserdiode zu erreichen. Die Gründe dafür liegen zum einen in der Erhöhung der Finesse des Resonators aufgrund des externen Reflektors sowie der Stabilisierung der Phase durch die längere Umlaufzeit der Photonen im externen Resonator.

Äquivalent zur Modifikation der Laserschwelle lässt sich die Änderung der Linienbreite durch die externe Rückkopplung berechnen [KO82; Pat+83; Agr84]

$$\frac{\Delta\omega}{\Delta\omega_0} = \left[1 + C \cos \left(\tau_{\text{ext}} \left(\omega_0 + \Delta\omega_{g,\text{max}} \right) + \arctan(\alpha) \right) \right]^{-2}. \quad (2.28)$$

Dabei ist $\Delta\omega_0$ die Linienbreite des Halbleiterlasers ohne externe Rückkopplung, siehe auch Gleichung (2.15). Vergleicht man diese Formel mit Gleichung (2.27) so zeigt sich, dass die Argumente der Kosinusse bis auf den Arkustangens des Linienverbreiterungsfaktors α identisch sind. Die Mode mit der niedrigsten Laserschwelle (*minimum*

threshold condition) ist folglich nicht identisch mit der Mode der geringsten Linienbreite (*minimum linewidth condition*). Durch Modifikation der Rückkopplungsparameter lässt sich der Arbeitspunkt eines ECDLs je nach Anforderung variieren.

Interessant ist die Abhängigkeit der Linienbreite von der externen Umlaufzeit τ_{ext} , siehe Gleichung (2.28). So sind mit einem längeren Resonator schmalere Linienbreiten möglich. Wird der Reflektor durch ein optisches Reflexionsgitter gebildet, so spielt auch die spektrale Selektion des Gitters eine Rolle [BCS90] und ermöglicht sehr niedrige Linienbreiten im kHz-Bereich [Gen+00].



3 Aktive ECDL-Stabilisierung

Das modensprungfreie Durchstimmen (*mode-hop free Scan*) eines ECDLs erfordert eine synchrone, präzise Änderung aller Laserparameter, die eine Frequenzverschiebung der externen Resonatormoden¹ bewirken. In Abschnitt 2.3.1 des vorherigen Kapitels wurde gezeigt, dass durch eine Längenänderung des externen Resonators bei gleichzeitiger Nachführung des Pumpstroms eine kontinuierliche Wellenlängenänderung des ECDLs möglich wird. Diese Stromänderung führt aufgrund des temperaturabhängigen Brechungsindex des Halbleitermaterials zu einer Änderung der optischen Länge des durch die Facetten der Laserdiode gebildeten sog. internen Resonators, siehe auch Abschnitt 2.2. Dabei wurde auch deutlich, dass insbesondere eine Stromänderung aufgrund der kleinen Abmessungen der Laserdiode einen sehr empfindlichen Einfluss auf die Stabilität des ECDLs hat.

Die experimentelle Herausforderung besteht nun darin, die Änderung aller Parameter so aufeinander abzustimmen, dass keine Modensprünge auftreten. Das gebräuchlichste Verfahren ist passiver Natur und wird als *feed-forward* bezeichnet [WH91]. Dabei werden zwei unterschiedliche Spannungsrampen zur Kontrolle der Gitterposition² und des Pumpstroms verwendet. Die Steigung dieser Rampen wird nun manuell so lange optimiert, bis die Änderungen der internen und externen Resonatortlänge harmonisieren. Dieses Verfahren ist einfach zu implementieren, hat jedoch gravierende Nachteile. Zum einen reagieren die Komponenten in der Regel nicht linear. So weisen beispielsweise die zur Kontrolle der externen Resonatortlänge häufig verwendeten unregelmäßigten Piezo-Stellelemente (Piezo-Aktoren) ein deutlich nichtlineares Verhalten auf [Phy05]. Zum anderen können Vibrationen, thermische Fluktuationen sowie mechanische und thermische Drifts aufgrund der statischen Spannungsrampen nicht kompensiert werden. Diese Defizite des *feed-forwards* limitieren den erreichbaren modensprungfreien Durchstimmbereich deutlich. Durch die Anwendung eines aktiven Stabilisierungsverfahrens lassen sich diese Nachteile vermeiden und große modensprungfreie Durchstimmbereiche erreichen.

Wie bereits erwähnt führt die Längenänderung des internen respektive externen Resonators eines ECDLs zu einer Frequenzverschiebung der aktiven ECM. Um nun

¹ Die externen Resonatormoden bezeichnen die in Abschnitt 2.3 eingeführten Lösungen der ECDL-Ratengleichungen. Sie werden wie dort bereits angegeben auch als *external cavity modes* (ECMs) bezeichnet.

² Je nach mechanischem Aufbau kommen zur Kontrolle der Gitterposition mehrere Aktoren zum Einsatz, so dass Lage und Winkel unabhängig voneinander einstellbar sind. In diesem Fall existieren entsprechend mehrere Spannungsrampen.

einen Regelkreis zur Stabilisierung des Lasers zu implementieren, muss der verbleibende Resonator dieser Wellenlängenänderung folgen, er muss also stets auf die aktuelle Wellenlänge stabilisiert (*geloct*) werden. Die prinzipielle Anforderung der aktiven Stabilisierung eines Laserresonators auf eine Wellenlänge (*laser locking*) kann durch verschiedene Verfahren erfüllt werden, so beispielsweise durch *top-of-fringe locking*, Pound-Drever-Hall *locking* [Dre+83; Bla01] oder Hänsch-Couillaud *locking* [HC80]. Dabei ist allerdings der konzeptionelle Transfer dieser Methoden auf einen ECDL nicht ohne weiteres möglich, da der ECDL aus zwei gekoppelten Resonatoren besteht. Somit bilden der Laser, der die Referenzwellenlänge erzeugt, und der zu stabilisierende Resonator eine Einheit. Dies stellt einen großen Unterschied zur Domäne der angeführten aktiven Laserstabilisierungsverfahren dar. Lediglich die Implementierung eines *top-of-fringe lockings* wurde bereits bei einem ECDL demonstriert [Rep+06]. Die zur Erzeugung des Fehlersignals nötige Modulation des Pumpstroms führte allerdings zu einer artifiziellen Vergrößerung der Linienbreite auf typischerweise über ein Megahertz. Damit geht ein zentraler Vorteil von ECDLs verloren.

Es sei noch angemerkt, dass eine Änderung der externen Reflektivität R_3 ebenfalls zu einer Frequenzverschiebung der ECMs führt, siehe auch Abbildung 2.4. Neben den bereits erwähnten Längenänderungen ist es folglich für einen ECDL in Littrow-Anordnung darüber hinaus nötig, auch den Winkel des Reflexionsgitters zu ändern, so dass die Littrow-Bedingung

$$\lambda = 2d \sin(\alpha), \quad (3.1)$$

mit der Gitterkonstanten d und dem Einfallswinkel α , siehe beispielsweise [Pal05, S. 79], aufrecht erhalten wird. Dadurch bleibt die Reflektivität, d. h. die Beugungseffizienz des Gitters trotz der Wellenlängenänderung konstant. Ferner kann der Einfluss der externen Reflektivität allerdings auch unterstützend genutzt werden, um die bei großen modensprungfreien Durchstimmbereichen nötige Längenänderungen der Resonatoren zu verringern. Bei Verwendung eines Reflexionsgitters als externer Reflektor ist R_3 aufgrund der Polarisationsabhängigkeit der Gittereffizienz verstellbar, indem ein Polarisationsrotator in den externen Resonator integriert wird. Dies wurde vom Autor auf Basis eines Flüssigkristallelements realisiert. Damit konnte die Steigung der Rampe des Pumpstroms um mehr als die Hälfte reduziert werden [Füh07]. Es ist mit dieser Methode folglich möglich, den modensprungfreien Durchstimmbereich zu vergrößern, falls der maximale Pumpstrom der begrenzende Faktor ist.

Im Folgenden werden nun die im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Methoden vorgestellt, die eine aktive ECDL-Stabilisierung ermöglichen. Dabei werden der experimentelle Aufbau, das theoretische Modell sowie die Ergebnisse und Anwendungen des jeweiligen Verfahrens präsentiert.

3.1 Asynchrone Stabilisierung

Das Verfahren der asynchronen Stabilisierung basiert auf der Beobachtung, dass bei der Anwendung des im vorherigen Abschnitt vorgestellten *feed-forward* Verfahrens die Anzahl sowie die zeitliche Position von Modensprüngen während eines ECDL-Scans einen Indikator für die jeweilige Scan-Güte darstellt. Wird beispielsweise die Steigung der Spannungsrampe zur Steuerung des Pumpstroms, im Folgenden auch als Laserdioden-Rampe bezeichnet, verändert, so bewegen sich diese Zeitpunkte in die gleiche Richtung. Die Modensprünge lassen sich, bildlich gesprochen, aus dem Scan-Bereich „herausschieben“. Wird nun die Steigung der Spannungsrampe über den optimalen Wert erhöht, so „wandern“ die Modensprünge wieder in das Zeitintervall des Scans hinein. Die Bewegung der Modensprünge ist dabei nicht gleichförmig, sondern beschleunigt. Je näher ein Modensprung an den Rand des Scan-Intervalls kommt, desto schneller bewegt er sich, siehe auch Abbildung 3.2a. Diese Dynamik der Modensprünge dient nun als Grundlage des im Folgenden präsentierten Stabilisierungsverfahrens.

Prinzipiell ähnelt die Methode dem bereits erwähnten *feed-forward*, allerdings werden die Steigungen der Spannungsrampen mittels eines in der Software LabView³ von National Instruments⁴ implementierten Programms automatisch optimiert. Der Algorithmus führt dazu einen ECDL-Scan durch und entscheidet anhand der zeitlichen Position der Modensprünge während des Scans, in welche Richtung eine Änderung der Steigung der Spannungsrampen erfolgen muss. Danach erfolgt ein Scan mit den korrigierten Rampen und der Algorithmus beginnt erneut. Das Verfahren stellt also keine Echtzeit-Regelung dar. Vielmehr ist die Bestimmung des Fehlersignals und die Ausgabe des Steuersignals zeitlich um die Scan-Dauer retardiert, es handelt sich folglich um ein asynchrones Verfahren.

Im Vergleich zum *feed-forward* besteht neben der Automatisierung ein weiterer Vorteil des Verfahrens in der Kompensation etwaiger Nichtlinearitäten beispielsweise der Piezo-Aktoren. Dies wird durch Segmentierung des Scan-Intervalls in n Subintervalle gleicher Dauer erreicht. Dabei bilden die Intervallgrenzen $n + 1$ Stützstellen, die durch *spline*-Interpolation zu einer Spannungsrampe verbunden werden. Der Algorithmus regelt nun die Kontrollpunkte so, dass jedes Subintervall modensprungfrei ist.

3.1.1 Aufbau

Eine detaillierte Beschreibung der ECDL-Komponenten folgt in Abschnitt 3.2.1. Abweichend dazu handelt es sich bei der verwendeten Piezo-Halterung in diesem Fall

³ LabVIEW™, Version 8.20 und im weiteren Verlauf der Arbeit Version 11.0

⁴ National Instruments, Austin, TX, USA, <http://www.ni.com>

jedoch um das Modell KC1-TPZ/M von Thorlabs⁵ mit einem Hub von lediglich 8 µm.

Zur Detektion der Modensprünge und ihrer zeitlichen Position während des ECDL-Scans dient ein Fabry-Pérot-Interferometer des Typs FPI-100 der Firma Toptica⁶ mit einer hohen Finesse von mindestens 300 [Topb] (*high finesse interferometer*, HFI) und einem freien Spektralbereich von 1 GHz, ein Etalon mit einer niedrigen Finesse (*low finesse etalon*, LFE) von etwa 24 sowie eine Photodiode. Modensprünge werden nun durch unregelmäßige Abstände der HFI-Transmissionspeaks und Unstetigkeiten im Verlauf der Ausgangsleistung sowie des LFE-Transmissionssignals sichtbar. Diese Diskontinuitäten können durch den LabView-Algorithmus diskriminiert werden um die zeitliche Position der Modensprünge während des Scans zu bestimmen, siehe Abbildung 3.2a. Bei dieser Messung wurde die Piezo-Rampe konstant gehalten und die Steigung der Laserdioden-Rampe kontinuierlich erhöht. Deutlich ist die bereits angesprochene beschleunigte Bewegung der Modensprünge zu erkennen. Aufgrund der Zerstörschwelle der Laserdiode konnten für große Änderungsraten der Laserdioden-Rampe keine Datenpunkte mehr aufgenommen werden.

3.1.2 Theoretisches Modell

In den nachfolgenden Ausführungen soll das zeitliche Auftreten der Modensprünge modelliert werden, um die Dynamik der Zeitpunkte der Modensprünge qualitativ zu beschreiben. Dazu werden der interne und externe Resonator des ECDLs als Fabry-Pérot-Resonatoren aufgefasst. Der Modenabstand zweier Transmissionsmaxima entspricht dabei dem freien Spektralbereich (*free spectral range*, FSR) des jeweiligen Resonators und wird mit $\text{FSR}_{\text{int(ext)}}(t)$ bezeichnet, siehe Abbildung 3.1.

Während eines ECDL-Scans ändert sich sowohl der interne als auch der externe FSR. Unter der Annahme einer linearen Zeitabhängigkeit kann dieses Verhalten geschrieben werden als

$$\text{FSR}_{\text{int(ext)}}(t) = c_{\text{int(ext)}}t + \text{FSR}_{\text{int(ext)}}(t_0), \quad (3.2)$$

wobei $c_{\text{int(ext)}}$ die Änderungsrate des jeweiligen FSR und t_0 den Anfangszeitpunkt des ECDL-Scans darstellt. Die Änderungsrate c_{int} ist dabei proportional zur Steigung der Pumpstromrampe und c_{ext} proportional zur Spannungsrampe der Piezo-Aktoren. Für jeden Zeitpunkt ist in diesem einfachen Modell die aktive Mode, in Abbildung 3.1 blau dargestellt, dadurch gegeben, dass der Abstand zweier Transmissionsmaxima, jeweils einer aus dem internen und externen Resonator, minimal ist. Ein Modensprung tritt folglich dann auf, wenn die Bedingung

$$\Delta\nu(t) = \text{FSR}_{\text{ext}}(t)/2 \quad (3.3)$$

⁵ Thorlabs Inc., Newton, NJ, USA, <http://thorlabs.com>

⁶ TOPTICA Photonics AG, Gräfelfing, <http://www.toptica.com>

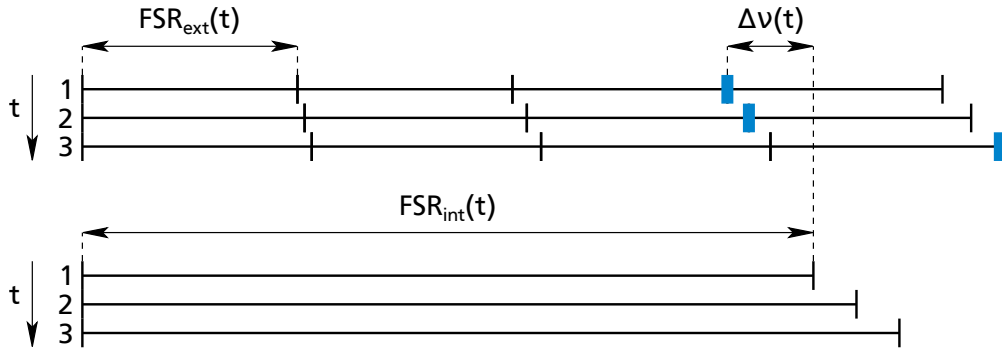


Abb. 3.1: Schematische Darstellung der Modenstruktur des internen und externen Resonators mit den freien Spektralbereichen $\text{FSR}_{\text{int}}(t)$ und $\text{FSR}_{\text{ext}}(t)$ für drei diskrete Zeitpunkte während eines ECDL-Scans. Die jeweils aktive Mode ist blau hervorgehoben. Zur Zeit $t = 3$ ist ein Modensprung aufgetreten. Aus Gründen der Übersicht entspricht das dargestellte Verhältnis der Modenabstände nicht dem tatsächlichen Verhältnis.

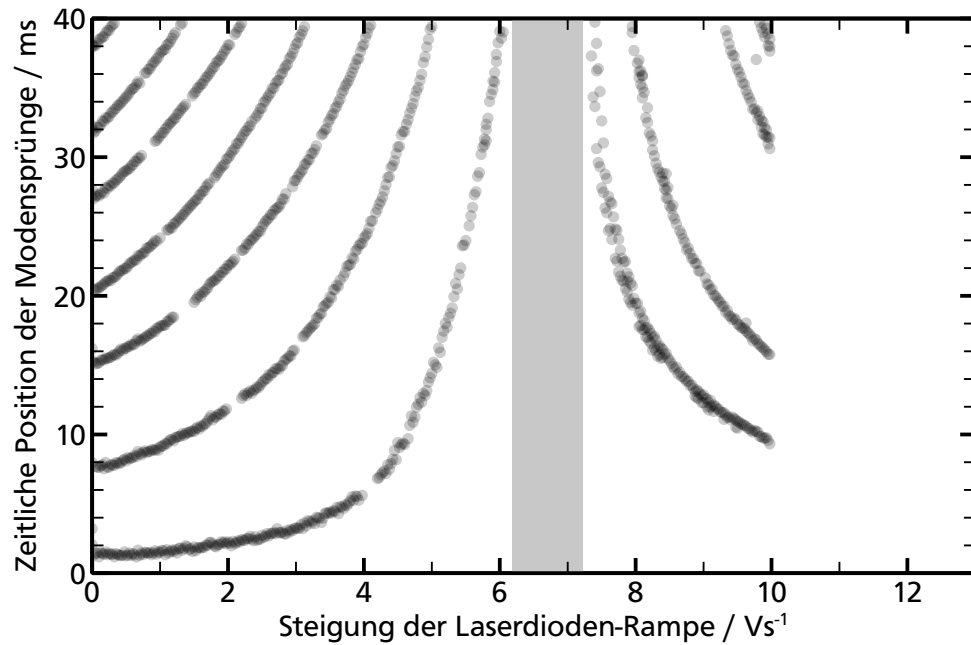
erfüllt ist. Dabei ist

$$\Delta v(t) = \text{FSR}_{\text{int}}(t) - \left\lfloor \frac{\text{FSR}_{\text{int}}(t)}{\text{FSR}_{\text{ext}}(t)} \right\rfloor \text{FSR}_{\text{ext}}(t) \quad (3.4a)$$

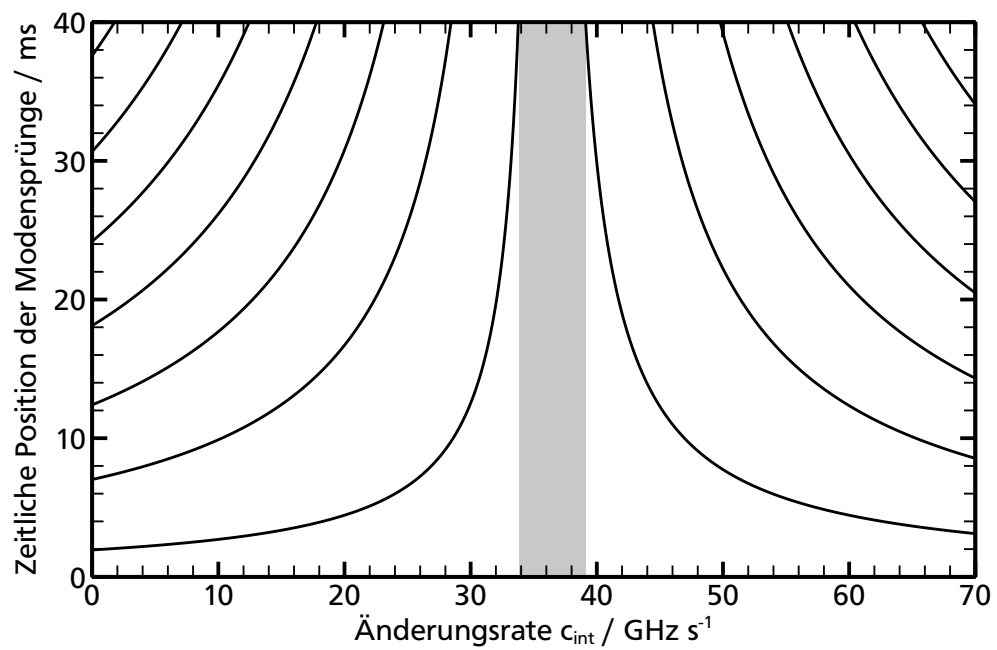
$$= \text{FSR}_{\text{int}}(t) \bmod \text{FSR}_{\text{ext}}(t) \quad (3.4b)$$

der Abstand einer internen Resonatormode zur nächsten externen Mode, die im Frequenzraum vor ihr liegt. Die Gaußklammer $\lfloor a \rfloor$ mit $a \in \mathbb{R}$, auch als Entier-Klammer oder Abrundungsfunktion bezeichnet, liefert die größte Ganzzahl, die kleiner oder gleich a ist. Der für reelle Zahlen verallgemeinerte Modulo-Operator gibt den Rest der Division $x \div y$ zurück.

Mit Gleichung (3.3) ist es nun möglich, die zeitliche Position der Modensprünge zu berechnen. Es handelt sich dabei um eine transzendente Gleichung, so dass Lösungen nur numerisch gefunden werden können. Um die eingangs beschriebene beschleunigte Bewegung der Modensprünge bei einer Steigungsänderung der Laserdioden-Rampe mit dem vorgestellten Modell zu simulieren, wurde eine Berechnung mit Mathematica durchgeführt, siehe Abbildung 3.2b. Dabei wurde die Änderungsrate c_{ext} des externen Resonators konstant gehalten und die Änderungsrate c_{int} des internen Resonators variiert, was einer Anpassung der Laserdioden-Rampe entspricht. Deutlich ist die beschleunigte Positionsänderung der Modensprünge zu sehen. In dem grau hinterlegten Intervall befindet sich im betrachteten Zeitfenster kein Modensprung mehr. Wird die Änderungsrate weiter erhöht, erscheinen die Modensprünge wieder. Obwohl das Modell eine starke Vereinfachung im Vergleich zu den Ratengleichungen darstellt, zeigt es eine gute Übereinstimmung mit den Messdaten.



(a)



(b)

Abb. 3.2: Bewegung der zeitlichen Position der Modensprünge in Abhängigkeit der Steigung der Laserdioden-Rampe bei konstanter Änderungsrate der Piezo-Spannung. Dies entspricht folglich einer Variation des Verhältnisses der Änderungsraten. Der modensprungfreie Bereich ist grau hinterlegt. (a) Messung der Modensprung-Position. (b) Lösungen von Gleichung (3.3).

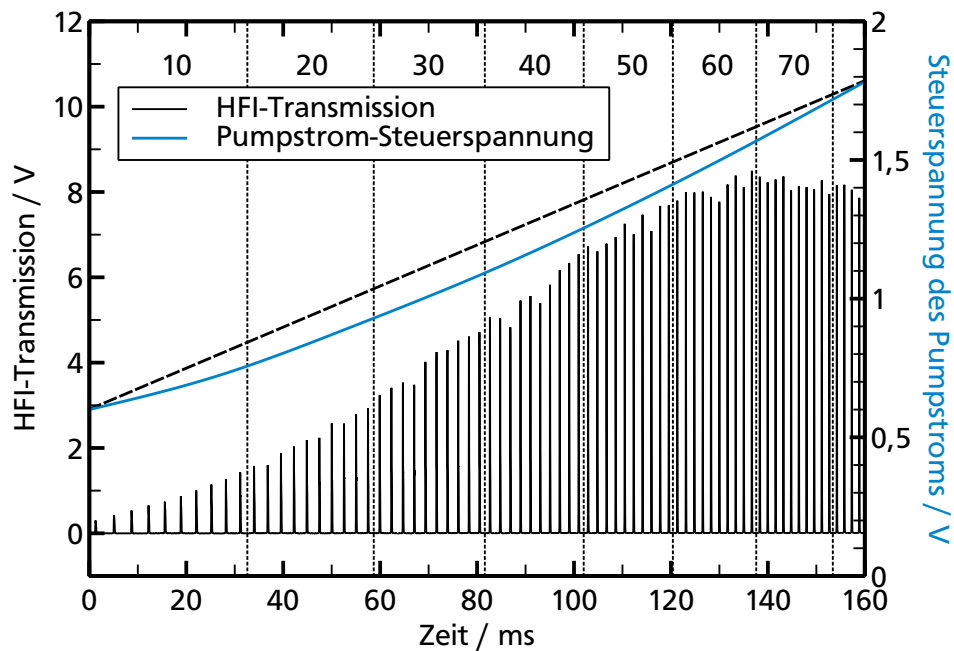


Abb. 3.3: Messung des modensprungfreien Durchstimmbereichs unter Anwendung des asynchronen Stabilisierungsverfahrens. Das Signal des HFIs bestätigt einen modensprungfreien ECDL-Scan über 73 GHz. Der Abstand zweier Transmissionsmaxima entspricht einer Frequenzänderung von 1 GHz. Ferner ist die nichtlineare Laserdioden-Rampe gezeigt, wobei die gestrichelte, gerade Linie als Referenz dient um die Abweichung von einer linearen Rampe hervorzuheben.

Bezüglich der Beschreibung für das Auftreten von Modensprüngen ist es offensichtlich ausreichend, den Halbleiterlaser sowie den externen Resonator als getrennte Fabry-Pérot-Resonatoren zu betrachten.

3.1.3 Ergebnisse

Das Verfahren wurde nun mit dem Ziel angewendet, den modensprungfreien Durchstimmbereich des ECDLs zu maximieren. Dazu wurden die Spannungsrampen zur Steuerung der Piezo-Aktoren und des Pumpstroms mittels einer DAQ-Karte⁷ vom Typ PCI-6229 des Herstellers National Instruments erzeugt. Ferner wurden mit der Karte

⁷ Data acquisition, Datenerfassung. Die Karte verfügt über 32 Analogeingänge (ADC) mit je 16 Bit Auflösung und einer kombinierten Abtastrate von 250 kHz sowie 4 Analogausgänge (DAC) mit ebenfalls 16 Bit Auflösung bei einer Rate von insgesamt 833 kHz.

auch die zur Bestimmung der Zeitpunkte der Modensprünge erforderlichen Messdaten des HFIs und LFE sowie der Photodiode eingelesen. Die Karte wurde durch das bereits erwähnte LabView-Programm angesprochen, in dem der Algorithmus implementiert ist. Dabei optimiert der Algorithmus die Laserdioden-Rampe bei einer konstanten Piezo-Rampe. Es zeigte sich, dass eine Segmentierung der Laserdioden-Rampe in sechs Subintervalle ausreicht, um die Nichtlinearitäten der verwendeten Piezo-Aktoren zu kompensieren [Füh07]. Durch Anwendung des Verfahrens konnte auf diese Weise ein modensprungfreier ECDL-Scan von 73 GHz erreicht werden, siehe Abbildung 3.3. Dabei wurde der maximale Hub der Piezo-Aktoren bereits vollständig ausgenutzt. Mit Hilfe des *feed-forward* Verfahrens und manueller Optimierung der Spannungsrampen war im Vergleich dazu aufgrund der Nichtlinearität der Piezo-Aktoren lediglich ein modensprungfreier Durchstimmbereich von 50 GHz zu erreichen. Um größere Durchstimmbereiche zu erreichen, wurden die Piezo-Aktoren im weiteren Verlauf der Arbeit getauscht, siehe Abschnitt 3.2.1.

Weitere Details zur asynchronen Stabilisierung, speziell zu den in LabView implementierten Algorithmen, findet sich in [Füh07; FRW07; FW08].

3.2 Echtzeit-Stabilisierung

Wie im vorhergehenden Abschnitt gezeigt, ermöglicht das asynchrone Stabilisierungsverfahren große modensprungfreie Durchstimmbereiche und erspart dem Anwender aufgrund der Automatisierung eine manuelle Optimierung der Spannungsrampen. Es weist allerdings eine sehr geringe Regelbandbreite auf, so dass lediglich die Nichtlinearitäten sowie thermischen und mechanischen Drifts der Komponenten ausgeglichen werden können. Darüber hinaus ist mit diesem Verfahren nicht garantiert, ob der vom Algorithmus gefundene Verlauf der Änderung des Pumpstroms und der externen Resonatorlänge ein Optimum bezüglich eines bestimmten Stabilitätskriteriums darstellt. So wurde in Abschnitt 2.3.2 gezeigt, dass die *minimum line-width condition* bezüglich der Laserparameter von der *minimum threshold condition* abweicht. Der Algorithmus kann diese Fälle allerdings nicht unterscheiden, da beide einen modensprungfreien Scan ermöglichen und lediglich die Existenz von Modensprüngen das Kriterium des Soll-Zustands der Regelung definiert. Bei dem in diesem Abschnitt vorgestellten neuartigen Stabilisierungsverfahren ist die Regelbandbreite lediglich durch die Bandbreite der verwendeten mechanischen und elektrischen Komponenten limitiert und nicht durch das Verfahren selbst.

Die Grundlage der Methode bilden die periodischen Schwankungen der Ausgangsleistung der aktiven ECM aufgrund der Änderung von ECDL-Parametern wie der externen Resonatorlänge oder des Pumpstroms, siehe auch Abschnitt 2.3.1. Wie dort bereits erwähnt, finden diese Leistungsschwankungen eine Anwendung im Rahmen der *self-mixing-interferometry* und ermöglichen Messungen von Änderungen der

externen Resonatorlänge im Sub-Nanometer-Bereich. Es handelt sich bei den Leistungsschwankungen um einen interferometrischen Effekt basierend auf der Phase des rückgekoppelten Lichts relativ zum Lichtfeld der Laserdiode. Die Ausgangsleistung ist folglich ein Maß der optischen Längen der Resonatoren relativ zueinander. Um den ECDL in Resonanz zu halten, könnte folglich die Ausgangsleistung direkt als Fehlersignal eines Regelkreises verwendet werden. Nun ist es evident, dass die Ausgangsleistung nicht allein von der Resonanzbedingung, sondern in erster Linie vom Pumpstrom abhängt, siehe auch Abbildung 2.6b. Soll nun der Strom durch einen Regelkreis in Abhängigkeit der externen Resonatorlänge nachgeführt werden, stellt die Ausgangsleistung kein geeignetes Fehlersignal dar, da sie in diesem Fall die Güte der Resonanz lediglich lokal beschreibt und somit der Sollwert der Regelung in Abhängigkeit des Pumpstroms permanent geändert werden muss.

Inspiziert durch das Hänsch-Couillaud *locking* [HC80] entwickelte sich die Idee, die Resonanzinformation in den Polarisationszustand des Lichts zu transferieren, so dass eine Messung der Qualität der Resonanz unabhängig vom Pumpstrom möglich wird. Dies gelingt, indem ein Verzögerungsplättchen in den externen Resonator eingebracht wird. Dadurch ergibt sich für jede Polarisation eine leicht unterschiedliche externe optische Resonatorlänge. Speziell für zwei senkrecht zueinander polarisierte Anteile s und p ergeben sich zwei Resonatorlängen, die sich je nach Wahl des Verzögerungsplättchens um einen Bruchteil der Wellenlänge λ/x voneinander unterscheiden⁸. Es sei angemerkt, dass bei der Verwendung eines Halbwellenlängenplättchens die Polarisation nach der Reflexion am Gitter wieder in die ursprüngliche Richtung zurückgedreht wird, wohingegen die Verwendung eines Viertelwellenlängenplättchens zur Rückkopplung orthogonaler Polarisationsanteile in die Laserdiode führt. Letzteres kann sich positiv auf die Stabilität des ECDLs auswirken, wie in Abschnitt 3.2.2 erläutert wird.

Jeder dieser Polarisationsanteile stellt nun einen Informationskanal bezüglich der Ausgangsleistung und damit der Resonanzinformation für eine leicht unterschiedliche externe Resonatorlänge dar. Werden die beiden Polarisationskanäle nun beispielsweise durch einen polarisierenden Strahlteilerwürfel wieder getrennt, kann durch Differenzbildung ein Fehlersignal gewonnen werden, das unabhängig vom Pumpstrom ist. Diese Ausgangsleistungsdifferenz ΔP_{aus} entspricht formell dem Stokes-Parameter $Q = S_1 = (I_p - I_s)$, und somit der zweiten Komponente des Stokes-Vektors $\mathbf{S} = (S_0, S_1, S_2, S_3)$, siehe beispielsweise [Wal54; BB85].

Zur Verdeutlichung des Sachverhalts wurde mittels der Ratengleichungen (2.24) die Ausgangsleistungskurve für eine externe Resonatorlänge von $l_{\text{ext},s} = 1,5 \text{ cm}$ sowie $l_{\text{ext},p} = l_{\text{ext},s} + \lambda/4$ in einem Pumpstromintervall von 10 mA berechnet, siehe Abbildung 3.4. Aus Gründen der Übersicht ist hierbei lediglich die Mode mit der höchsten

⁸ Offensichtlich gilt $x = 2$ für ein Halbwellenlängenplättchen und $x = 4$ für ein Viertelwellenlängenplättchen.

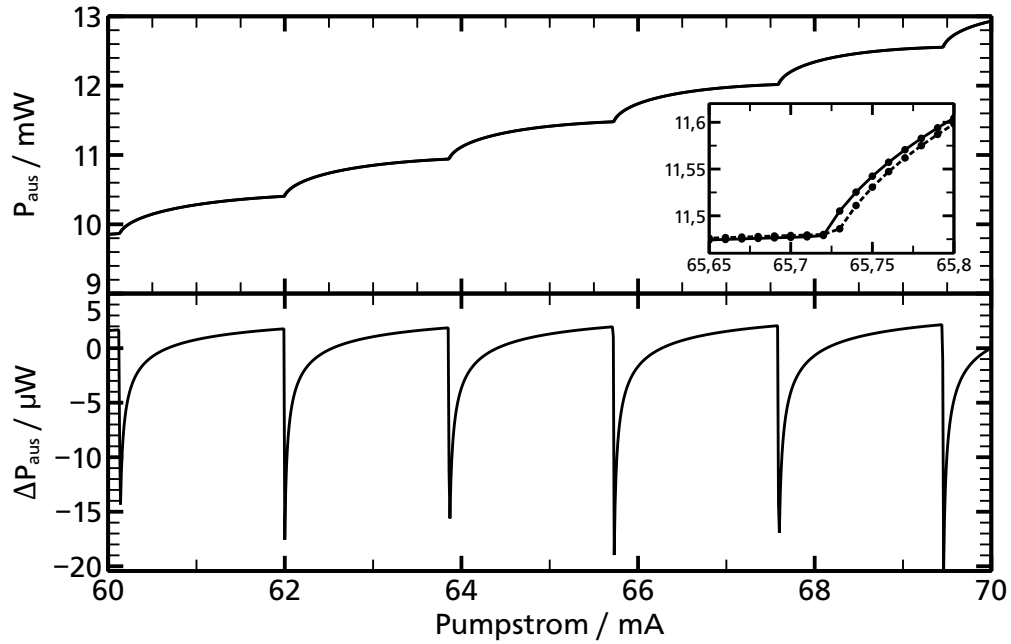


Abb. 3.4: Mit Hilfe der Ratengleichungen berechneter Verlauf der Ausgangsleistung P_{aus} eines ECDLs als Funktion des Pumpstroms für zwei verschiedene externe Resonatorlängen (oben) sowie die Differenz dieser Leistungskurven ΔP_{aus} (unten). Der Unterschied in den externen Resonatorlängen beträgt dabei $\lambda/4$. Im Gegensatz zur Ausgangsleistung zeigt ΔP_{aus} keinen linearen pumpstromabhängigen Anstieg und stellt somit ein ideales Fehlersignal für einen Regelkreis dar. Die Unregelmäßigkeiten der Modulationstiefe von ΔP_{aus} beruhen auf der endlichen Anzahl der Datenpunkte.

Ausgangsleistung dargestellt. Dabei wurde erneut die in Tabelle 2.1 zusammengefasste Parametrisierung sowie eine externe Reflektivität von $R_3 = 30\%$ verwendet. Wie zu erwarten liegen die Leistungskurven für die beiden Polarisationskanäle s und p aufgrund der geringen Längendifferenz von $\lambda/4$ nahezu ununterscheidbar übereinander. Lediglich im vergrößerten Ausschnitt ist eine Verschiebung zu erkennen. Im unteren Teil der Abbildung ist nun die Differenz der beiden Ausgangsleistungen ΔP_{aus} gezeigt. Hierbei sind Bereiche gleicher Stabilität im Gegensatz zur Leistungskurve stets durch gleiche Ausgangsleistungsdifferenzen charakterisiert. Die Werte der Leistungsdifferenz liegen im Bereich von Mikrowatt und sind somit mit gutem Signal-Rausch-Verhältnis zu detektieren. Folglich ist ΔP_{aus} ein ideales Fehlersignal für einen Regelkreis zur aktiven Stabilisierung eines ECDLs.

Der folgende Abschnitt beschreibt nun die experimentelle Realisierung dieser Regelung.

3.2.1 Aufbau

Der experimentelle Aufbau besteht aus einem ECDL in Littrow-Anordnung, siehe Abbildung 3.5, einer Einheit zur Detektion des Polarisationszustands sowie der Steuerungselektronik. Für die Darstellung wurde der ECDL in der Software VariCAD⁹ modelliert und anschließend mit der 3D-Grafiksoftware Blender¹⁰ visualisiert. Schematische Darstellungen des Gesamtaufbaus sowie Details zu den Komponenten außerhalb des ECDLs folgen in den Beschreibungen der einzelnen Experimente in den Abschnitten 3.2.4 und 3.2.5. Der prinzipielle Aufbau des ECDLs basiert auf [HBK05]. Im Gegensatz zu dem in [Ric+95] präsentierten Design kommen hier drei unabhängige Piezo-Aktoren zum Einsatz. Dadurch kann die Translation des Gitters von seiner Rotation entkoppelt werden. Um eine hohe Flexibilität zu gewährleisten, wurde für die Mechanik weitestgehend auf kommerzielle Komponenten der Firma Thorlabs zurückgegriffen. Die einzelnen Komponenten des ECDLs werden dabei in ein *cage*-System¹¹ integriert, das eine hohe mechanische Stabilität gewährleistet. Auf die wichtigsten Komponenten des Aufbaus soll im Folgenden kurz eingegangen werden.

Laserdiode (LD) Bei der Laserdiode handelt es sich um eine Sanyo¹² DL7140-201S mit einer Zentralwellenlänge von 785 nm. Die optische Ausgangsleistung beträgt freilaufend 80 mW bei einem Pumpstrom von etwa 100 mA. Bezüglich der Facetten-Reflektivität liegen seitens des Herstellers keine Angaben vor. Lediglich in [Loh+06] wird ohne Angabe einer Quelle erwähnt, dass die Rückfacette eine Reflektivität von 85 % und die Frontfacette eine Reflektivität von 15 % aufweist. Die Diode besitzt folglich vermutlich lediglich eine Einfachvergütung der Frontfacette. Nach einer phänomenologischen Klassifizierung der Firma Sacher¹³ handelt es sich um eine Klasse A-Beschichtung [Sac].

Kollimationslinse (KL) Die asphärische Kollimationslinse des Typs C330TME-B von Thorlabs ist in einer Stahlhülse mit einem 9 mm Außengewinde eingefasst. Die Brennweite beträgt 3,1 mm bei einer numerischen Apertur von 0,68. Dieser relativ hohe Wert wird dem großen Divergenzwinkel der Laserdiode von bis zu 20° gerecht und garantiert geringe Verluste bei der optischen Rückkopplung durch das Gitter. Die Kollimationslinse befindet sich in einem von der feinmechanischen Werkstatt des Instituts für Angewandte Physik an der TU

⁹ VariCAD® Version 1.07, von VariCAD s.r.o., Reichenberg, Tschechien

¹⁰ Blender Version 2.61, von Stichting Blender Foundation, Amsterdam, Niederlande

¹¹ Es handelt sich hierbei um eine quadratische Anordnung von vier Stahlstangen mit jeweils 6 mm Durchmesser. Der Abstand der Stangen zueinander beträgt jeweils 30 mm

¹² SANYO Electric Co. Ltd., Osaka, Japan, <http://sanyo.com>

¹³ Sacher Lasertechnik GmbH, Marburg, <http://www.sacher-laser.com>

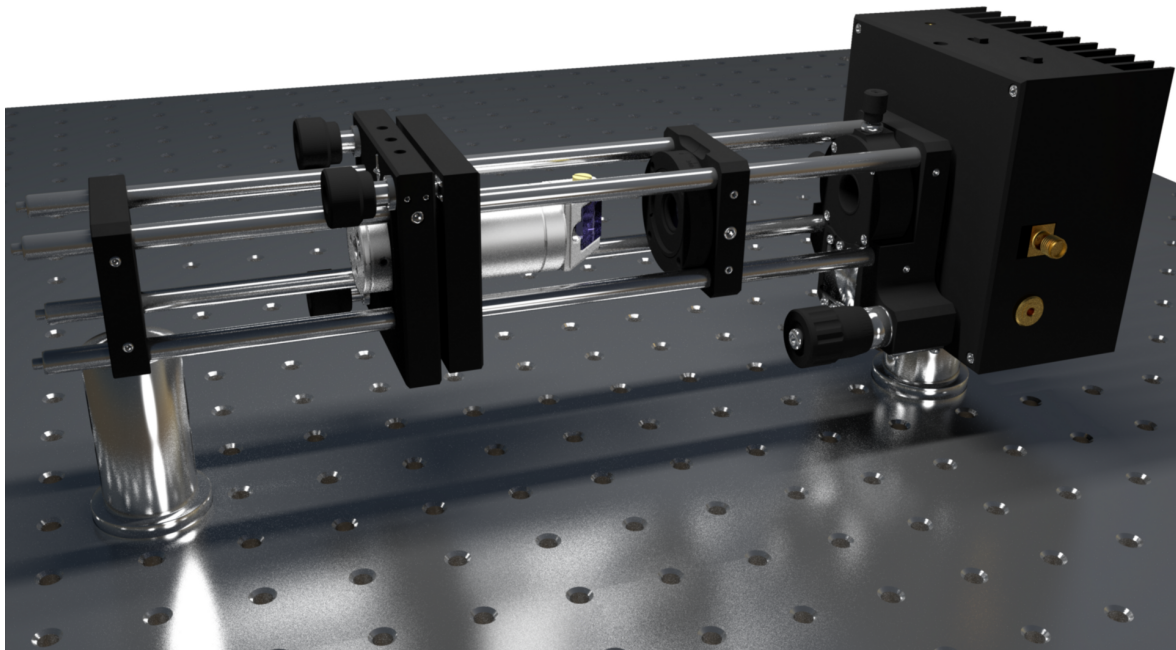


Abb. 3.5: Computergenerierte Abbildung des ECDLs. Von rechts nach links: Halterung für die Laserdiode, Halterung der Kollimationslinse mit XYZ-Versteller, Verzögerungsplättchen in einer Rotationshalterung, Gitter in der Piezo-Halterung. Für weitere Erläuterungen siehe Text.

Darmstadt gefertigten XYZ-Positionierer, der durch die Verwendung von Feingewindeschrauben eine präzise Kollimation des Lasers ermöglicht.

Laserdioden-Halterung Als Halterung von Laserdiode und Kollimationslinse dient das Modell TCLDM9 von Thorlabs. Die Halterung fasst alle gängigen Typen von 5,6 mm und 9 mm Laserdioden. Die Temperaturstabilisierung erfolgt über zwei in Serie geschaltete Peltier-Elemente mit einer Gesamtleistung von 20 W bei einem Kühl- beziehungsweise Heizstrom von 5 A. Als Temperatursensor ist ein 10 k Ω -Thermistor integriert. In der Frontplatte befinden sich Bohrungen zur Integration in das *cage*-System.

Gitter (G) Als Gitter wird ein holographisches Gitter des Typs GH13-18V von Thorlabs verwendet. Der Gitterparameter beträgt 1800 mm⁻¹, so dass die Littrow-Bedingung für 785 nm bei etwa 45° erfüllt ist. Die Beugungseffizienz des Gitters beträgt zwischen 13 % bei p-polarisiertem und 66 % bei s-polarisiertem Licht¹⁴ [Thob].

¹⁴ Die Angaben p (parallel) bzw. s (senkrecht) bezieht sich hier auf die Polarisationsrichtung im Bezug auf die Gitterlinien.

Viertelwellenlängenplättchen (VWP) Zur Erzeugung des Fehlersignals wie im vorherigen Abschnitt beschrieben wurde ein Viertelwellenlängenplättchen des Typs WPMQ05M-780 von Thorlabs in den externen Resonator integriert. Das Plättchen befindet sich in einer drehbaren Halterung, womit die Polarisationsabhängigkeit der Gittereffizienz genutzt werden kann, um die Rückkopplungsstärke zu variieren.

Piezo-Halterung Zur Bewegung des Gitters kommt die kinematische Piezo-Halterung S-325.30L des Herstellers Physik Instrumente¹⁵ zum Einsatz. Diese enthält drei unabhängige Piezoaktoren mit einem Hub von jeweils $(30 \pm 6,0) \mu\text{m}$ bei einer Spannung von 100 V. Durch diesen für Piezoaktoren enormen Hub sind große modensprungfreie Durchstimmbereiche möglich. Die aufgrund der Geometrie mögliche Verkipfung beträgt 5 mrad. Angesteuert werden die Piezo-Aktoren durch den drei-Kanal Piezo-Treiber MDT693A von Thorlabs mit einer maximalen Ausgangsspannung von 150 V. Die Ausgänge sind sowohl einzeln als auch im Verbund extern modulierbar.

Die Messung des Polarisationszustands erfolgt an einem Teil des vom ECDL emittierten Laserlichts. Dazu werden etwa 5 % des Lichts mit Hilfe eines Strahlteilers (*beam sampler*) zu einem polarisierenden Strahlteilerwürfel PBS102 von Thorlabs reflektiert. Dieser spaltet das Laserlicht in die s- und p-Polarisationsbasis auf. Die beiden Intensitäten werden nun mit jeweils einer Photodiode (Philips BPW34) gemessen. Die Photodioden sind elektrisch direkt verbunden, so dass die Differenz der Photoströme zugänglich ist. Dieser Differenzstrom wird mit Hilfe eines Transimpedanzverstärkers in eine Spannung umgewandelt und um einen variablen Faktor verstärkt. Vor dem Strahlteilerwürfel befindet sich ein Halbwellenlängenplättchen. Damit ist es möglich, durch Drehen der Polarisation den Soll-Wert des Regelkreises zu ändern. Das Fehlersignal wird dadurch entlang der ΔP_{aus} -Achse parallel verschoben, da die Gewichtung des s- und p-Anteils der Polarisation geändert wird. Ferner lässt sich dadurch der Einfluss des *beam samplers* kompensieren, der aufgrund seiner polarisationsabhängigen Reflektivität zu einer Verfälschung des Fehlersignals führt. Bei dem Halbwellenlängenplättchen handelt es sich um den Typ WPMH05M-780 des Herstellers Thorlabs.

Der durch den *beam sampler* transmittierte Hauptteil des Laserlichts passiert nun einen Faraday-Isolator FR-780 von Linos¹⁶, um den ECDL vor ungewollten Rückreflexen zu schützen. Dieser kann nicht vor der Polarisationsmessung stehen, da er aufgrund seines Aufbaus eine lineare Polarisation erzeugt und somit das Fehlersignal auslöscht. Nach diesem optischen Isolator folgt nun ein weiterer Strahlteiler der wiederum einen Teil des Laserlichts zur spektralen Diagnose zu dem in Abschnitt 3.1.1

¹⁵ Physik Instrumente (PI) GmbH & Co. KG, Karlsruhe, <http://www.pi.ws>

¹⁶ Linos GmbH, seit 2006 Qioptiq Photonics GmbH & Co. KG, Göttingen, <http://www.linos.de>

vorgestellten HFI reflektiert. Dieses Interferometer erlaubt eine präzise Messung des Durchstimmbereichs und darüber hinaus die Erkennung von Modensprüngen sowie Multimoden-Betrieb.

Um sicherzustellen, dass tatsächlich eine periodische Modulation des Polarisationszustands vorliegt, wurde zeitweise supplementär zu den Photodioden ein Polarimeter¹⁷ zur Kontrollmessung verwendet. Damit sollte ausgeschlossen werden, dass Schwankungen der Ausgangsleistung des ECDLs die sensitive Differenzmessung beeinflussen. Die Messmethode des Polarimeters beruht auf der Fourier-Transformation des mittels einer Photodiode gemessenen Intensitätsverlaufs. Dabei befindet sich vor der Photodiode ein rotierendes Viertelwellenlängenplättchen gefolgt von einem Polarisator. Die Auswertung des Fourier-Signals liefert den vollständigen Polarisationszustand und stellt ein vollkommen unabhängiges Messverfahren dar. Mit Hilfe des Polarimeters konnten die Photodioden-basierten Messungen der im vorherigen Abschnitt erläuterten Ausgangsleistungsdifferenz ΔP_{aus} bestätigt werden.

3.2.2 Theoretisches Modell

Im Folgenden wird ein Modell präsentiert, um das im vorherigen Abschnitt beschriebene Fehlersignal des Stabilisierungsverfahrens theoretisch zu beschreiben [FEW11]. Ziel dabei ist es, das Fehlersignal für unterschiedliche Stellungen des Viertelwellenlängenplättchens im externen Resonator an gemessene Daten anzupassen (Daten-fit) und somit das Modell zu validieren.

Zur Beschreibung des Fehlersignals ist es nötig, die Ausgangsleistung der beiden Polarisationskanäle s und p zu berechnen, die im Experiment durch den polarisierenden Strahlteilerwürfel getrennt und von den Photodioden gemessen werden. Dies ist durch das Anwenden der ECDL-Ratengleichungen möglich. Allerdings ist dafür eine Modifikation der Gleichungen erforderlich, um der gedrehten Polarisation des zurückgekoppelten Lichts gerecht zu werden. Dabei wird die komplexe Amplitude $\mathcal{E}(t)$ des elektrischen Feldes in einen transversal elektrischen (TE) respektive magnetischen Anteil (TM) aufgeteilt, wobei lediglich der parallel zur Emission der Laserdiode ohne Rückkopplung polarisierte TE-Anteil die Phase der komplexen Amplitude beeinflusst. Aus diesem Grund wird der TE(TM)-Anteil als (in)kohärente Rückkopplung bezeichnet. Die senkrecht polarisierte TM-Mode hat allerdings einen direkten Einfluss auf die Ladungsträgeranzahl. Eine ausführliche Beschreibung der modifizierten Ratengleichungen für polarisationsgedrehte optische Rückkopplung findet sich in [Hei+03; Oht08].

Die Analyse der Dynamik dieser erweiterten Ratengleichung offenbart eine Reihe interessanter Resultate. So führt beispielsweise eine rein inkohärente, starke optische

¹⁷ PAX5710IR1 von Thorlabs

Rückkopplung zu periodischen Modulationen der Ausgangsleistung. Je nach Parametrisierung ergeben sich dabei Pulse mit hoher Wiederholrate [Che+03] oder rechteckige Amplitudenverläufe [Gav+06]. Durch sehr starke inkohärente Rückkopplung kann es ähnlich des in Abschnitt 2.3.2 beschriebenen Kohärenzkollaps zu einer enormen Verbreiterung des Spektrums kommen. Allerdings existiert hierbei für bestimmte Mischungsverhältnisse von kohärenter und inkohärenter Rückkopplung eine spektrale Lücke im Spektrum, die sich durch Änderung des jeweiligen Anteils kontrollieren lässt [Gro+07]. Es sei noch angemerkt, dass die Beimischung inkohärenter Anteile bemerkenswerterweise im Allgemeinen zu einer Verbesserung der Stabilität im Vergleich zu rein kohärenter optischer Rückkopplung führt [Hei+03; Oht08].

Um die ECMs und damit die Ausgangsleistung mittels der modifizierten Ratengleichungen zu berechnen, muss äquivalent zu den Berechnungen in Abschnitt 2.3.1 eine transzendente Gleichung gelöst werden. Jede der Lösungen kommt nun als potenzielle Mode in Betracht, so dass eine Stabilitätsanalyse nötig ist um potentielle Moden zu bestimmen. Diese Schritte müssen nun für jeden Datenpunkt des Fehlersignals wiederholt werden. Ferner ist es nötig, bei der Berechnung alle Moden zu berücksichtigen, die das Stabilitätskriterium erfüllen. Eine Datenanpassung des auf Basis der Ratengleichungen modellierten Fehlersignals ist somit sehr rechenzeitaufwändig. So betrug die Rechenzeit der exemplarischen Darstellung des Fehlersignals in Abbildung 3.4 etwa 20 Minuten auf einem Dualkernprozessor¹⁸ mit 3 GHz Taktfrequenz und 4 GB Arbeitsspeicher. Bei einer Datenanpassung muss diese Berechnung sehr oft ausgeführt werden, so dass sehr lange Rechenzeiten zu erwarten sind.

Für die Beschreibung des Fehlersignals wurde nun ein Weg gewählt, der im Gegensatz zu den Ratengleichungen numerisch gangbarer ist. Wie in Abschnitt 3.1.2 dargestellt, ermöglicht die Modellierung des ECDLs auf Basis zweier unabhängiger Fabry-Pérot-Resonatoren bereits eine gute Beschreibung der Dynamik von Modensprüngen bezüglich ihres zeitlichen Auftretens. Motiviert durch den Erfolg dieses einfachen Modells wird nun zur Beschreibung des Fehlersignals ein affiner Ansatz gewählt. Dabei sollen allerdings die Resonatoren nicht mehr als unabhängig voneinander betrachtet werden. Vielmehr wird der gesamte ECDL als Drei-Spiegel-Interferometer aufgefasst. Darüber hinaus wird die Polarisation durch den Jones-Formalismus, siehe beispielsweise [Hec02, S. 376], beschrieben. Dadurch werden Mehrfachreflexionen zwischen allen Spiegeln sowie polarisationsabhängige Komponenten automatisch berücksichtigt. Es wird folglich eine Art polarisationsabhängige Fabry-Pérot-Modenstruktur des ECDLs berechnet.

¹⁸ Intel® Core™2 Duo Prozessor, Typ E8400

Das elektrische Feld, das das Interferometer verlässt, wird nun durch einen komplexwertigen, zweidimensionalen Vektor

$$\mathbf{E}_{\text{aus}}^+ = \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix}, \quad (3.5)$$

beschrieben. Dabei wird die Basis im Folgenden aus Gründen der Eindeutigkeit anstatt s, p nun als x, y notiert. Wie eingangs dieses Kapitels erläutert, entspricht das Fehlersignal dem Stokes-Parameter S_1 . Dieser lässt sich mit diesem Vektor direkt berechnen

$$S_1 = I_x - I_y = |E_x|^2 - |E_y|^2. \quad (3.6)$$

Eine systematische Messung des normierten Stokes-Parameters

$$S_{1,\text{norm}} = (I_x - I_y)/(I_x + I_y) \quad (3.7)$$

für verschiedene Winkeleinstellungen des Viertelwellenlängenplättchens ist in Abbildung 3.6 dargestellt. Bei dieser Messung wurde die Länge des externen Resonators mittels der Piezo-Aktoren über der Zeit variiert. Es zeigt sich ein breites Spektrum an Verläufen von $S_{1,\text{norm}}$. Die Ursache dafür liegt in der Variation der externen Reflektivität aufgrund der Polarisationsabhängigkeit der Gittereffizienz und der damit einhergehenden Änderung der Stabilität, siehe auch Abschnitt 2.3.2.

Die Vorgehensweise zur Berechnung der Transmission folgt nun der in [SM85] präsentierte Herangehensweise. Allerdings wird die Beschreibung um die variable Polarisation des Lichts erweitert, d. h. das Modell ermöglicht auch bei einer beliebigen Polarisationsänderung an jeder Stelle des Interferometers eine korrekte Beschreibung der Transmission. Der Ansatz erlaubt dabei die Berechnung der Transmission für eine beliebige Anzahl N von Spiegeln.

Abbildung 3.7 zeigt nun eine schematische Darstellung eines Abschnitts des N -Spiegel-Fabry-Pérot-Interferometers. Die Spiegel definieren dabei N aufeinander folgende Grenzflächen, die im Folgenden als r_1, \dots, r_N bezeichnet werden. Wie in der Abbildung dargestellt, werden die jeweiligen komplexen Feldamplituden durch \mathbf{E}_i repräsentiert, wobei die mittels der Pfeile eingezeichnete jeweilige Propagationsrichtung durch ein hochgestelltes „+“ respektive „−“ dargestellt ist. Aufgrund der Anwendung des Jones-Formalismus zur Beschreibung der Polarisation werden die Feldamplituden mathematisch durch komplexwertige, zweidimensionale Vektoren repräsentiert. Die Propagation der Felder zwischen zwei Spiegeln mit dem Abstand d_i ist gegeben durch die 2×2 Jones-Matrizen $\hat{\mathbf{p}}_i$

$$\hat{\mathbf{p}}_i = \begin{pmatrix} \exp(i\phi_i) & 0 \\ 0 & \exp(i\phi_i) \end{pmatrix} \quad (3.8)$$

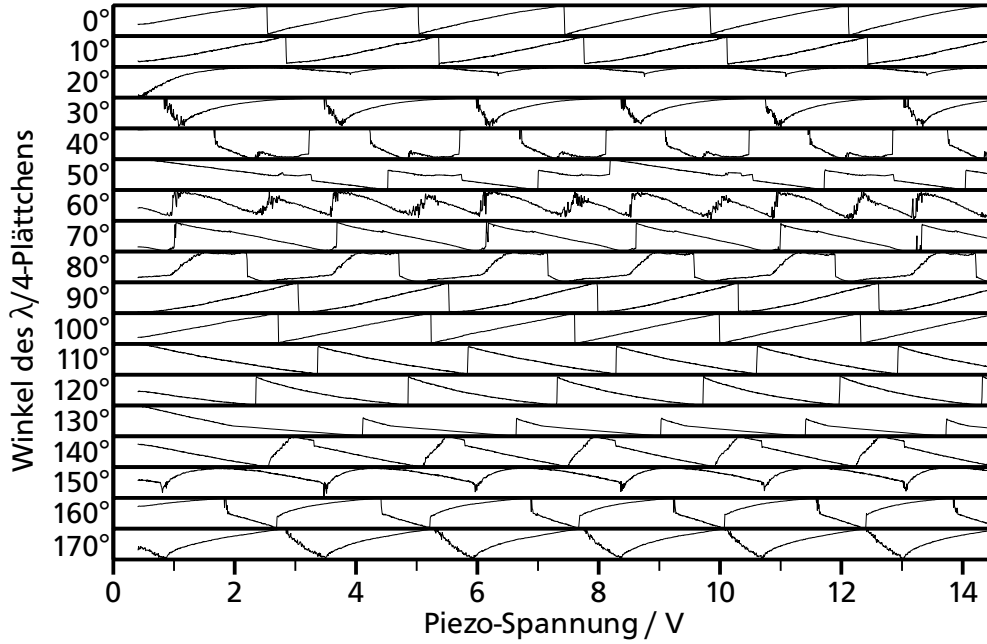


Abb. 3.6: Normierter Stokes-Parameter $S_{1,\text{norm}}$ für verschiedene Stellungen des im externen Resonator des ECDLs eingebauten Viertelwellenlängenplättchens. Die Messung erfolgte dabei in Abhängigkeit der Piezo-Spannung. Das Signal wurde mittels der Photodioden aufgenommen und anschließend normiert, siehe Gleichung (3.7). Aus Darstellungsgründen sind die Messungen so skaliert, dass die jeweilige Zeichnungsfläche optimal ausgenutzt wird.

mit dem Propagationsphasenwinkel $\phi_i = 2\pi n_i d_i / \lambda$, wobei λ die Emissionswellenlänge des Lasers und n_i der Brechungsindex des Mediums zwischen den Spiegeln ist. Neben diesen Propagationsmatrizen müssen zusätzlich jegliche polarisationsbeeinflussende Elemente zwischen den Spiegeln, wie beispielsweise Verzögerungsplättchen oder Polarisatoren, durch ihre jeweilige Jones-Matrix beschrieben werden. Um nun die Gesamtmatrix $\hat{\Phi}_i$ des i -ten Resonators zu erhalten, ist die Propagationsmatrix \hat{p}_i mit den entsprechenden Jones-Matrizen zu multiplizieren. Für den ECDL ist beispielsweise die Matrix zur Beschreibung des externen Resonators $\hat{\Phi}_2$ gegeben durch

$$\hat{\Phi}_2 = \hat{p}_2 \hat{p}_{\lambda/4}(\alpha). \quad (3.9)$$

Dabei enthält die Resonator-Matrix $\hat{\Phi}_2$ neben der Propagationsmatrix \hat{p}_2 auch die Jones-Matrix für ein um den Winkel α gedrehtes Viertelwellenlängenplättchen

$$\hat{p}_{\lambda/4}(\alpha) = R(-\alpha) \exp(i\pi/4) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix} R(\alpha). \quad (3.10)$$

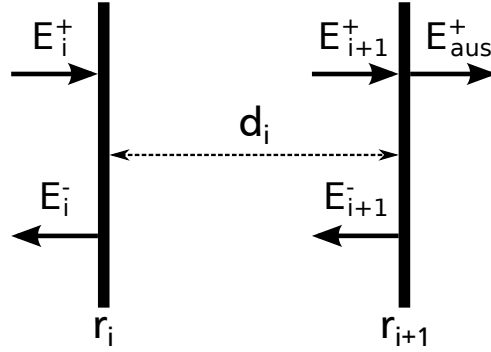


Abb. 3.7: Schematische Darstellung zweier aufeinander folgender Grenzflächen aus einem Satz von N Spiegeln. Das elektrische Feld am Ausgang des Interferometers E_{aus}^+ gilt nur für das letzte Spiegelpaar.

Die Reflektivitäten der Spiegel werden durch Reflexions- oder Transmissionsmatrizen repräsentiert:

$$\hat{\mathbf{r}}_i = \begin{pmatrix} r_{x,i} & 0 \\ 0 & r_{y,i} \end{pmatrix} = (\hat{\mathbf{1}} - \hat{\mathbf{t}}_i^2)^{1/2} \quad (3.11a)$$

$$\hat{\mathbf{t}}_i = \begin{pmatrix} t_{x,i} & 0 \\ 0 & t_{y,i} \end{pmatrix} = (\hat{\mathbf{1}} - \hat{\mathbf{r}}_i^2)^{1/2}. \quad (3.11b)$$

Dabei wird Absorption sowie diffuse Streuung an den Spiegeloberflächen vernachlässigt. Matrizen dieser Form werden zur Modellierung der Laserdioden-Facetten sowie der Gittereffizienz verwendet. Dadurch ist eine variable Rückkopplungsstärke gegeben. So sind für eine schwache Rückkopplung die Gittereffizienz-Koeffizienten $r_{x,3}$ und $r_{y,3}$ niedriger als bei starker Rückkopplung.

Unter Anwendung der beschriebenen Nomenklatur kann nun die Beziehung zwischen den elektrischen Feldvektoren für einen bestimmten Spiegel aufgestellt werden:

$$\mathbf{E}_i^- = -\hat{\mathbf{r}}_i \mathbf{E}_i^+ + \hat{\mathbf{t}}_i \hat{\Phi}_i \mathbf{E}_{i+1}^- \quad (3.12a)$$

$$\hat{\Phi}_i \hat{\mathbf{t}}_i \mathbf{E}_i^+ = \hat{\Phi}_i \hat{\mathbf{r}}_i \hat{\Phi}_i \mathbf{E}_{i+1}^- - \mathbf{E}_{i+1}^+. \quad (3.12b)$$

Diese Gleichungen lassen sich direkt aus Abbildung 3.7 herleiten, indem bei einem Spiegel für beide Propagationsrichtungen getrennt alle möglichen Anteile des elektrischen Feldes superpositioniert werden. Die Ursache für das unterschiedliche Vorzeichen von $\hat{\mathbf{r}}_i$ ist dabei der Phasensprung von π für Reflexionen von genau einer Seite jedes Spiegels. Die vollständige Transmissionsmatrix durch das gesamte Interferometer ist durch das Verhältnis

$$\hat{\mathbf{t}} = \mathbf{E}_{\text{aus}}^+ (\mathbf{E}_1^+)^{-1} \quad (3.13)$$

gegeben. Zur Berechnung dieser Matrix ist es nötig, das Gleichungssystem (3.12) zu lösen. Dazu existieren mehrere Ansätze, die unterschiedliche Vor- und Nachteile aufweisen. Auf die einzelnen Lösungswege wird im Folgenden kurz eingegangen.

Rekursion

Aufgrund der iterativen Form des Gleichungssystems (3.12) ist ein rekursiver Lösungsansatz naheliegend. Bei diesem intuitiv zugänglichen Weg wird der Lichtpfad durch die Resonatoren verfolgt. An jedem Spiegel wird das Licht dabei in einen transmittierten respektive reflektierten Anteil aufgespalten. Diese müssen nun getrennt weiterverfolgt werden, so dass eine baumartige Hierarchie entsteht. Dabei ist der Umfang der Verzweigungen durch die gewünschte Rekursionstiefe gegeben. Sobald diese erreicht ist, werden die Anteile der einzelnen Zweige zu einer Näherung des transmittierten elektrischen Feldes aufaddiert.

Eine solche Rekursion wurde sowohl in Mathematica und aus Gründen der Ausführungsgeschwindigkeit auch in C++ implementiert, siehe Anhang C. Dabei zeigte sich eine sehr langsame Konvergenz. Folglich sind hohe Rekursionstiefen erforderlich, um eine Anpassung des Fehlersignals an die Daten zu erreichen. Dies war aus Gründen der Rechenzeit allerdings nicht möglich, so dass andere Lösungsansätze erforderlich waren.

Äquivalenzumformung

Eine allgemeine Form der Transmission für N Spiegel basiert auf den in [SM85] präsentierten Äquivalenzumformungen von (3.12). Allerdings muss die Herangehensweise an die Erfordernisse des Jones-Formalismus angepasst werden, da die Matrixmultiplikation im Allgemeinen nicht kommutativ ist. Der ausführliche Rechenweg ist recht lang und wird daher hier nicht aufgeführt. Die prinzipielle Herangehensweise ist die Überführung von (3.12) in eine Matrixschreibweise der Form

$$\begin{pmatrix} E_1^+ \\ E_1^- \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{A} & \hat{B} \\ \hat{C} & \hat{D} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_N^+ \\ E_N^- \end{pmatrix} \quad (3.14)$$

mit den Hilfsmatrizen \hat{A} , \hat{B} , \hat{C} und \hat{D} , die durch folgendes Matrixprodukt definiert sind:

$$\begin{pmatrix} \hat{A} & \hat{B} \\ \hat{C} & \hat{D} \end{pmatrix} = \prod_{i=1}^{N-1} \left[\hat{t}_i^{-1} \begin{pmatrix} \hat{\Phi}_i^{-1} & -\hat{r}_i \hat{\Phi}_i \\ -\hat{r}_i \hat{\Phi}_i^{-1} & \hat{\Phi}_i \end{pmatrix} \right]. \quad (3.15)$$

Unter der Voraussetzung, dass die Matrizen $\hat{\mathbf{r}}_i$ und $\hat{\mathbf{t}}_i$ diagonal sind und $\hat{\Phi}_i$ invertierbar ist, lässt sich basierend auf (3.13) für die Transmissionsmatrix

$$\hat{\mathbf{t}} = \hat{\mathbf{t}}_N (\hat{\mathbf{A}} - \hat{\mathbf{B}} \hat{\mathbf{r}}_N)^{-1} \quad (3.16)$$

als Lösung angeben. Damit folgt für die transmittierte Intensität I eines beliebigen in das Interferometer eintretenden elektrischen Feldes \mathbf{E}_{ein}

$$I = \begin{pmatrix} I_x \\ I_y \end{pmatrix} = |\hat{\mathbf{t}} \mathbf{E}_{\text{ein}}|^2. \quad (3.17)$$

Daraus lässt sich direkt der Stokes-Parameter S_1 nach Gleichung (3.6) berechnen. Durch Parametrisierung aller Matrizen basierend auf den Werten des realen ECDLs ist es nun möglich, das Modell an die Messdaten anzupassen.

Lineares Gleichungssystem

Wenngleich das im vorherigen Abschnitt beschriebene Verfahren elegant und für eine beliebige Spiegelanzahl gültig ist, scheitert es jedoch an singulären Resonator-Matrizen $\hat{\Phi}_i$, wie sie beispielsweise durch einen im Resonator enthaltenen Polarisator gegeben sind. Um auch diesen allgemeinsten Fall zu berücksichtigen, wird ein generisches Lösungsverfahren angewandt.

Eine Lösung ohne jegliche Einschränkungen kann gefunden werden, indem die Gleichungen (3.12) in ein lineares Gleichungssystem transformiert werden:

$$\begin{bmatrix} \hat{\mathbf{1}} & & & & & & & & & \\ \hat{\mathbf{r}}_1 & \hat{\mathbf{1}} & 0 & -\hat{\mathbf{t}}_1 \hat{\Phi}_1 & & & & & & \\ \hat{\Phi}_1 \hat{\mathbf{t}}_1 & 0 & \hat{\mathbf{1}} & -\hat{\Phi}_1 \hat{\mathbf{r}}_1 \hat{\Phi}_1 & & & & & & \\ & & & \ddots & & & & & & \\ & & & & \hat{\mathbf{r}}_i & \hat{\mathbf{1}} & 0 & -\hat{\mathbf{t}}_i \hat{\Phi}_i & & \\ & & & & \hat{\Phi}_i \hat{\mathbf{t}}_i & 0 & \hat{\mathbf{1}} & -\hat{\Phi}_i \hat{\mathbf{r}}_i \hat{\Phi}_i & & \\ & & & & & & \ddots & & & \\ & & & & & & & \hat{\mathbf{r}}_N & \hat{\mathbf{1}} & 0 \\ & & & & & & & -\hat{\mathbf{t}}_N & 0 & \hat{\mathbf{1}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{E}_1^+ \\ \mathbf{E}_1^- \\ \vdots \\ \mathbf{E}_i^+ \\ \mathbf{E}_i^- \\ \vdots \\ \mathbf{E}_N^+ \\ \mathbf{E}_N^- \\ \mathbf{E}_{\text{aus}}^+ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{E}_{\text{ein}} \\ \mathbf{0} \\ \vdots \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \vdots \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}. \quad (3.18)$$

Diese Identität lässt sich beispielsweise durch die Anwendung des gaußschen Eliminationsverfahrens leicht nach $\mathbf{E}_{\text{aus}}^+$ auflösen. Dabei ist es möglich, die Inversion von Matrizen zu unterdrücken, so dass die Resonator-Matrizen $\hat{\Phi}_i$ keinen Einschränkungen unterliegen. Es ist allerdings anzumerken, dass es im Vergleich zur im vorherigen Abschnitt vorgestellten Methode bei einer beliebigen Spiegelanzahl N lediglich deklarativ möglich ist, das Gleichungssystem (3.18) für N anzugeben, jedoch keine imperative Form wie in Gleichung (3.16).

3.2.3 Validierung des Modells

In diesem Abschnitt wird das Fehlersignal der aktiven Stabilisierung nun mit Hilfe des in Abschnitt 3.2.2 präsentierten Modells berechnet und mit Messungen verglichen. Als Lösungsmethode der Gleichungen (3.12) wird die durch Äquivalenzumformung erhaltene Lösung verwendet, da die Rechenzeit bei dieser Methode am geringsten ist. Die Rechnungen sind so implementiert, dass keine singulären Matrizen auftreten und der Lösungsweg damit gültig bleibt.

Im Folgenden wird nun die Parametrisierung des Modells erläutert. Wie bereits erwähnt, wird der ECDL als Drei-Spiegel-Interferometer aufgefasst. Diese Spiegel formen durch den externen und internen Resonator folglich zwei gekoppelte Resonatoren. Die Reflexions-Matrizen \hat{r}_1 und \hat{r}_2 sind durch die Facetten-Reflektivitäten der Laserdiode gegeben. Die Einträge der Matrix \hat{r}_3 werden entsprechend der Gittereffizienz für die jeweilige Polarisation gewählt. Mögliche Phasenänderungen durch das Gitter, wie beispielsweise in [LSS90] berechnet, werden hier vernachlässigt. Die Resonator-Matrix der Laserdiode

$$\hat{\Phi}_1 = \hat{p}_1 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & y \end{pmatrix}, \quad y > 0 \quad (3.19)$$

mit der in Gleichung (3.8) eingeführten Propagationsmatrix \hat{p}_1 enthält einen variablen Polarisator, um die Polarisationsabhängigkeit der Laserdiode zu reflektieren. Die Randbedingung $y > 0$ garantiert die Invertierbarkeit von $\hat{\Phi}_1$.

Um das Modell an die Daten anpassen zu können, werden noch weitere freie Parameter benötigt. Während des Experiments wurde das Fehlersignal als Funktion der externen Resonatorlänge gemessen. Diese Längenänderung wird experimentell durch das Anlegen einer Spannungsrampe an die Piezo-Aktoren realisiert. Dabei ist jedoch zu beachten, dass die Ausdehnung der Piezo-Aktoren eine nichtlineare Abhängigkeit von der Spannung aufweist. Um diese Nichtlinearität zu berücksichtigen und zu modellieren, wird die externe Resonatorlänge in Abhängigkeit der Piezo-Spannung U als Polynom zweiter Ordnung beschrieben

$$d_2(U) = d_{20} + d_{21}U + d_{22}U^2. \quad (3.20)$$

Um die Koeffizienten d_{20} , d_{21} und d_{22} abzuschätzen wurde, wie in Abschnitt 3.2.4 im Detail erläutert wird, ein modensprungfreier ECDL-Scan durchgeführt. Während dieses Scans wurde die relative Änderung der Emissionsfrequenz mittels des HFIs erfasst. Dieser Frequenzverlauf in Abhängigkeit der Piezo-Spannung gibt dann die nichtlineare Piezo-Antwort wieder. In Abbildung 3.8 ist das Ergebnis dieser Messung dargestellt. Die Abbildung zeigt neben der Frequenzverschiebung als Funktion der

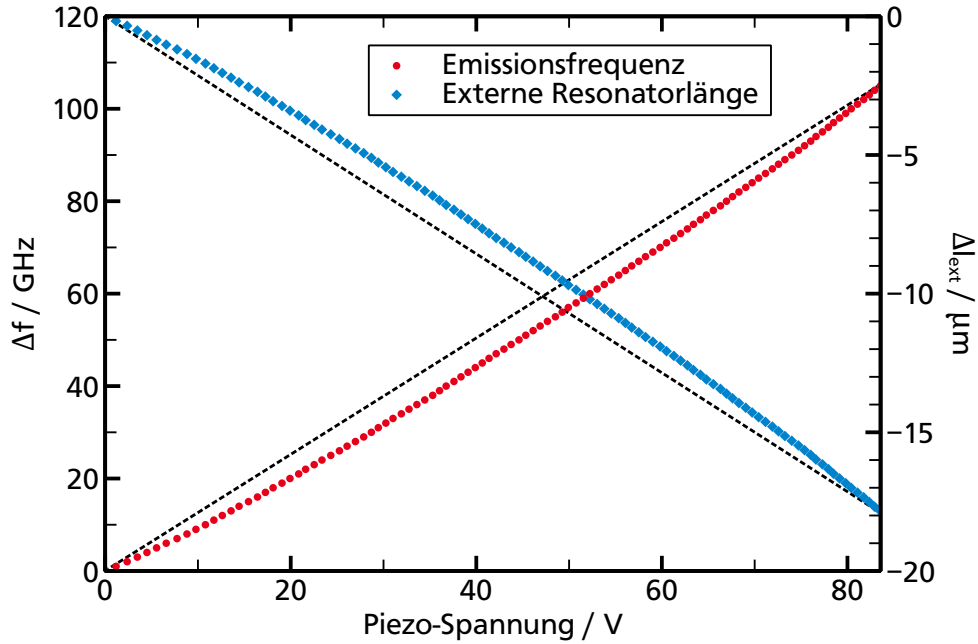


Abb. 3.8: Mittels des HFIs gemessener Frequenzverlauf während eines modensprungfreien ECDL-Scans (rote Kreise) und die daraus errechnete Längenänderung des externen Resonators (blaue Rauten). Die gestrichelten, geraden Linien dienen als Referenz, um die Abweichung von einem linearen Verlauf hervorzuheben.

Piezo-Spannung auch die Änderung der externen Resonatorlänge. Diese lässt sich aus der Frequenzverschiebung $\Delta f(U)$ mit Hilfe der Relation

$$\frac{\Delta d_2(U)}{d_{20}} = \left(\frac{c}{\lambda_0 \Delta f(U)} + 1 \right)^{-1} \approx \frac{\lambda_0 \Delta f(U)}{c} = \frac{\Delta f(U)}{f_0} \quad (3.21)$$

berechnen. Dabei zeigt sich eine Piezo-Ausdehnung von etwa $17 \mu\text{m}$ bei einer Piezo-Spannung von 80 V . Dieser Wert liegt unterhalb der laut Datenblatt der Piezoaktoren zu erwartenden Ausdehnung von $24 \pm 4,8 \mu\text{m}$ bei einer Spannung von 80 V . Auch in der Masterarbeit von Frau Denise Stang [Sta08] wurde diese Abweichung zwischen gemessener und der zu erwartenden Piezo-Elongation festgestellt. Ein möglicher Grund für diese Abweichung ist die relativ hohe Unsicherheit bezüglich der Ausgangsspannung des Piezo-Kontrollers von $\pm 5 \%$ entsprechend seines Datenblatts. Ferner weisen Piezo-Aktoren Alterungseffekte auf [Phy05], die einen negativen Einfluss auf die Elongation haben.

Unter Berücksichtigung der angenommen Fehler für λ_0 , d_{20} und U folgt durch Anpassen von (3.20) an den gemessenen Verlauf der externen Resonatorlänge der

Tab. 3.1: Parametrisierung des Modells mit den für die globale Optimierung benötigten Schranken des jeweiligen Parameters.

Parameter	Beschreibung	Min.	Max.	Einheit
d_{20}	Länge des externen Resonators	60,000	60,001	mm
d_{21}	Längenkoeffizient des externen Resonators	-1,55	-1,50	$\mu\text{m}/\text{V}$
d_{22}	Längenkoeffizient des externen Resonators	-70	-60	nm/V^2
$r_{x,3}$	Gittereffizienz für p-Polarisation	0,40	0,65	
$r_{y,3}$	Gittereffizienz für s-Polarisation	0,08	0,14	
d_1	Optische Länge der Laserdiode	3,700	3,701	mm
r_1	Reflektivität der Rückfacette der Laserdiode	0,30	0,99	
r_2	Reflektivität der Frontfacette der Laserdiode	0,01	0,36	
y	Polarisationsabhängigkeit der Laserdiode	0,5	1,0	
λ_0	Wellenlänge des Lasers	779,99	780,01	nm
h_0	Position des ersten Modensprungs	-0,5	0,5	pm
h_f	FSR zwischen den Modensprüngen	-5,2	-4,8	pm
α	Winkel des Viertelwellenlängenplättchens	$\pm 10^\circ$ des jeweiligen Winkels		

mögliche Wertebereich für die Koeffizienten der quadratischen Funktion, siehe auch Tabelle 3.1. Dabei wird für die Piezo-Spannung wie bereits erwähnt ein Fehler von $\pm 5\%$ angenommen. Dieser Spannungsfehler ist die Ursache für die relativ großen Wertebereiche von d_{21} und d_{22} .

Die Änderung der externen Resonatorlänge führt zu einer spannungsabhängigen Änderung der Wellenlänge $\lambda(U)$. Zur Beschreibung dieses Zusammenhangs wird das in Abschnitt 3.1.2 präsentierte Modell zur Berechnung des zeitlichen Auftretens von Modensprüngen verwendet. Die Wellenlänge ist folglich proportional zur Resonatorlänge, allerdings kommt es nach einer bestimmten Änderung der Wellenlänge h_f zu einem Modensprung:

$$\lambda(U) = \left[\left(\frac{\lambda_0}{d_{20}} d_2(U) + h_0 - \lambda_0 \right) \bmod (h_f) \right] + \lambda_0. \quad (3.22)$$

Der Parameter h_0 erlaubt dabei eine Verschiebung der Modensprungpositionen.

Mit den Gleichungen (3.21) und (3.22) lassen sich nun die Propagationsmatrizen der Resonatoren

$$\hat{p}_1(U) = \exp \left[i2\pi d_1 / \lambda(U) \right] \hat{\mathbf{1}} \quad (3.23)$$

$$\hat{p}_2(U) = \exp \left[i2\pi d_2(U) / \lambda(U) \right] \hat{\mathbf{1}} \quad (3.24)$$

als Funktion der Piezo-Spannung formulieren. Zusammen mit den in Gleichung (3.19) und (3.9) gegebenen Resonatormatrizen ist nun die Parametrisierung vollständig und

der gesamte ECDL kann durch das Modell beschrieben werden. Zusammenfassend wird dabei die Längenänderung des externen Resonators durch Gleichung (3.20) beschrieben, wobei die Parameter d_{20} , d_{21} und d_{22} zusätzliche Freiheitsgrade für die Datenanpassung darstellen. Die Gittereffizienz wird durch die Reflexionskoeffizienten $r_{3,x}$ und $r_{3,y}$ getrennt für parallel und senkrecht zu den Gitterlinien polarisiertes Licht beschrieben. Der Wertebereich für diese Reflektivitäten basiert auf den Angaben des Gitter-Datenblatts. Für die zur Beschreibung der Laserdioden-Facetten verwendeten Parameter r_1 und r_2 waren keine Angaben verfügbar, so dass die entsprechenden Wertebereiche so gewählt wurden, dass auch mögliche Vergütungen der Frontfacetten berücksichtigt werden. Der Parameter y berücksichtigt die Polarisationsabhängigkeit der Laserdiode. Ferner werden für jeden Datensatz neben dem Rotationswinkel α des Viertelwellenlängenplättchens die Parameter λ_0 , h_0 und h_f benötigt, um die Wellenlänge nach Gleichung (3.22) zu beschreiben. Zusammenfassend existieren für eine Anpassung des Modells an n Datensätze $4n + 9$ freie Parameter. Diese sind nun in der Transmissionsmatrix \hat{t} , siehe auch Gleichung (3.16), enthalten. Tabelle 3.1 zeigt eine Auflistung aller Parameter mit ihren jeweiligen Ober- und Untergrenzen. Diese Grenzen werden für die zur Datenanpassung verwendeten globalen Optimierungsverfahren benötigt, die im weiteren Verlauf noch vorgestellt werden.

Zur Validierung des Modells dienen die Daten aus den in Abbildung 3.6 gezeigten Messungen. Dabei wurden mit den Drehwinkeln des Viertelwellenlängenplättchens von 0° , 100° und 120° drei Datensätze gewählt, die ein breites Spektrum im Wertebereich des normierten Stokes-Parameters $S_{1,\text{norm}}$ abdecken, siehe auch Abbildung 3.9. Die Datenanpassung erfolgt simultan an alle drei Datensätze.

Zur Berechnung des transmittierten elektrischen Feldes E_{aus} und des nach Gleichung (3.6) daraus resultierenden Stokes-Parameters ist es nötig, den Eingangsvektor E_{in} zu kennen. Um diesen zu bestimmen, wurde der Polarisationszustand der solitären Laserdiode oberhalb der Laserschwelle mit Hilfe des Polarimeters vermessen. Das Resultat dieser Messung offenbart mit

$$E_{\text{in}} = \begin{pmatrix} 0.98 - 0.17i \\ -0.10 + 0.02i \end{pmatrix} \quad (3.25)$$

eine leicht elliptische Polarisation des von der Laserdiode emittierten Lichts.

Bei der Durchführung der Datenanpassung zeigte sich, dass die Ergebnisse stark von den Startwerten der Parameter abhängen. Die Ursache dafür liegt in der großen Spanne der Größenordnungen zwischen den Parametern sowie dem periodischen Charakter der Resonanzbedingung. So ist beispielsweise die Wellenlänge λ_0 im Vergleich zu d_{20} und d_{21} sehr klein. Folglich existieren sehr viele unterschiedliche Wellenlängen, die nahezu das gleiche Ergebnis liefern. Um diese Herausforderung zu überwinden, wurde für die Datenanpassung ein zweistufiger Ansatz verwendet. Zunächst wird ein globales Optimierungsverfahren angewendet, um den gesamten durch die in

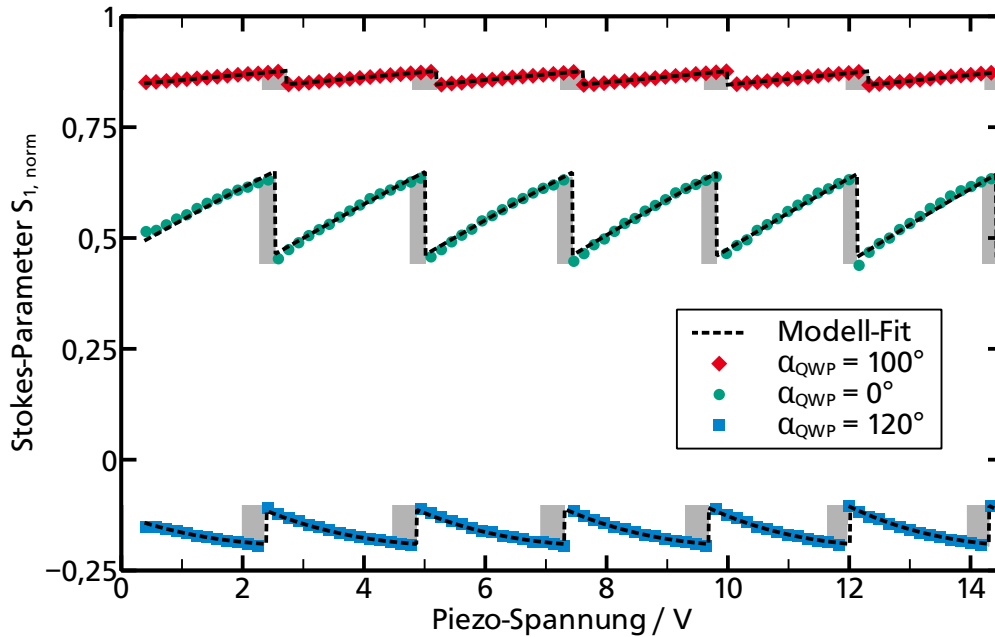


Abb. 3.9: Vergleich der drei für die Anpassung des Modells verwendeten Messdaten mit dem Ergebnis der Datenanpassung. Die grau hinterlegten Bereiche visualisieren die Abschnitte, für die das Modell eine gute Resonanz zwischen dem internen und externen Resonator vorhersagt. Zur Verbesserung der Darstellung ist lediglich jeder 20ste Datenpunkt dargestellt.

Tabelle 3.1 gegebenen Schranken aufgespannten Parameterraum effizient nach möglichen Lösungen zu durchsuchen. Da sich das Ergebnis eines globalen Optimierers üblicherweise lediglich in der Nähe des absoluten Minimums befindet, wird es in einem zweiten Schritt als Startwert eines Levenberg-Marquardt-Verfahrens verwendet. Auf diese Weise stellt das finale Ergebnis eine sehr gute Näherung der bestmöglichen Modellanpassung innerhalb des großen Parameterraums dar. Die Fehlerabschätzung der einzelnen Parameter basiert abschließend auf der Auswertung der durch den Levenberg-Marquardt-Algorithmus gewonnenen Kovarianzmatrix.

Die Wahl eines globalen Optimierungsverfahrens ist stark von der Topologie des Lösungsraums abhängig [SU05]. Das optimale Verfahren für ein bestimmtes Problem lässt sich dabei jedoch selten direkt angeben. Um ein großes Portfolio unterschiedlicher Optimierungsverfahren zu evaluieren, wurde die Software EvA2 der Universität Tübingen verwendet [Kro08]. Es handelt sich dabei um ein Programmiergerüst (*framework*) heuristischer Optimierungsverfahren mit einem Schwerpunkt auf evolutionären Algorithmen. Das Modell des ECDLs zur Beschreibung des Fehlersignals wurde dabei in einem C-Programm implementiert, das von EvA2 aufgerufen wird.

und die Qualität des jeweiligen Parametersatzes als Rückgabewert berechnet. Der Quellcode des Programms ist in Anhang D gelistet.

Ganz allgemein handelt es sich bei einem heuristischen Optimierungsverfahren um einen oft durch die Natur inspirierten Algorithmus zur Bestimmung des globalen Optimums eines Problems. Dabei repräsentiert ein Individuum einen Parametersatz des Modells. Die Menge aller Individuen bildet eine Population, die einem Evolutionsdruck ausgesetzt ist, d. h. die Überlebenschancen eines Parametersatzes hängen von seiner Fitness ab. Bei der Datenanpassung des Modells mit Hilfe des Optimierungsverfahrens entspricht diese Fitness der Summe der mittleren quadratischen Abweichungen zwischen Modell und Messdaten. Entsprechend des jeweiligen Verfahrens wird eine stetige Verbesserung der Fitness eines Individuums auf unterschiedliche Arten erreicht. Im Fall eines evolutionären Algorithmus wird beispielsweise das Konzept von Reproduktion und Mutation implementiert. Dabei entsteht ein neuer Tochter-Datensatz durch Kreuzung zweier bestehender Datensätze, wobei einzelne Parameter zufällig von einem Eltern-Datensatz vererbt werden. Zusätzlich werden einzelne Parameter entsprechend einer Mutation zufällig neu generiert. Einen Überblick zur Klasse der evolutionären Algorithmen gibt beispielsweise [Mic96]. Andere Verfahren imitieren das Verhalten von Schwärmen, wobei die Individuen sich durch den Parameterraum bewegen und sich dabei bezüglich Bewegungsrichtung und Geschwindigkeit an ihren Nachbarn sowie dem besten Individuum orientieren. Nahezu alle heuristischen Optimierungsverfahren weisen eine zufällige Komponente auf, wie beispielsweise die Mutation bei den evolutionären Algorithmen. Um zu verhindern, dass Lösungen außerhalb physikalisch sinnvoller Grenzen gesucht werden, existieren unterschiedliche Möglichkeiten. So wird die Fitness aller Individuen mit Parametern außerhalb der Grenzen je nach Verfahren stark verschlechtert oder auf Null gesetzt. Bei den Schwarm-basierten Verfahren wird der Geschwindigkeitsvektor bei Erreichen der Grenzen gespiegelt, so dass alle Partikel im Parameterraum gefangen bleiben.

Bei der Evaluation der verschiedenen in EvA2 enthaltenen Verfahren stellte sich ein solcher Partikelschwarm-Algorithmus als besonders geeignet heraus. Dabei wurde eine Population von 200 sowie eine niedrige maximale Partikelgeschwindigkeit gewählt. Diese Begrenzung der erlaubten Schrittweite für Parameteränderungen verhindert eine Konvergenz zu lokalen Minima bei periodischen Problemen. Basierend auf den in Tabelle 3.1 angegebenen Parametergrenzen wurde nun eine Datenanpassung durchgeführt. Das Ergebnis nach globaler Optimierung und der Anwendung eines Levenberg-Marquardt-Algorithmus ist in Abbildung 3.9 dargestellt. Dabei zeigt sich eine gute Übereinstimmung zwischen Modell und Daten. Die Werte der Parameter sind zusammen mit den jeweiligen Fehlerangaben in Tabelle 3.2 zusammengefasst. Wie bereits erwähnt wurde die Datenanpassung basierend auf einer einzigen Parameterbasis durchgeführt, daher sind die Parameter eins bis neun für alle Datensätze gültig. Da jedoch die Messung der einzelnen Datensätze sequenziell nach einer

Tab. 3.2: Werte der Parameter des Modells nach der zweistufigen Datenanpassung mittels globalem Optimierungsverfahren sowie Levenberg-Marquardt-Algorithmus zusammen mit den jeweiligen Fehlerangaben.

#	Datensatz	Parameter	Wert
1		d_{20}	$(60,0009 \pm 6 \times 10^{-4}) \text{ mm}$
2		d_{21}	$(-1,525 \pm 5 \times 10^{-3}) \mu\text{m/V}$
3		d_{22}	$(-68 \pm 3) \text{ nm/V}^2$
4		$r_{3,x}$	$(0,56 \pm 0,08)$
5		$r_{3,y}$	$(0,13 \pm 0,07)$
6		d_1	$(3,70021 \pm 2 \times 10^{-5}) \text{ mm}$
7		r_1	0,99
8		r_2	$(0,03 \pm 0,04)$
9		y	$(0,84 \pm 0,05)$
10	1	λ_0	$(779,998 \pm 0,007) \text{ nm}$
11	1	h_0	$(0,0109 \pm 0,0008) \text{ pm}$
12	1	h_f	$(-5,07201 \pm 5 \times 10^{-5}) \text{ pm}$
13	1	α	10°
14	2	λ_0	$(780,007 \pm 0,007) \text{ nm}$
15	2	h_0	$(0,39 \pm 0,3) \text{ pm}$
16	2	h_f	$(-5,073 \pm 0,002) \text{ pm}$
17	2	α	104°
18	3	λ_0	$(780,005 \pm 0,007) \text{ nm}$
19	3	h_0	$(-28,1 \pm 0,1) \text{ pm}$
20	3	h_f	$(-5,077 \pm 0,002) \text{ pm}$
21	3	α	112°

manuellen Drehung des Viertelwellenlängenplättchens durchgeführt wurde, variieren neben diesem Winkel α die Werte für die Wellenlänge λ_0 , die Position des ersten Modensprungs h_0 sowie der modensprungfreie Spektralbereich h_f für jeden einzelnen Datensatz, siehe auch Abbildung 3.6.

Basierend auf den Parametern der besten Datenanpassung wurde zusätzlich mittels des Modells numerisch evaluiert für welche Piezo-Spannungen die Resonanzbedingung zwischen internem und externem Resonator erfüllt ist. Ein Bereich um diese Spannungen ist für den jeweiligen Datensatz in der Abbildung als grau hinterlegtes Rechteck markiert. Diese Bereiche guter Resonanz befinden sich jeweils kurz vor einem Modensprung. Dies stimmt mit der in Abbildung 3.4 gezeigten exemplarischen Berechnung des Fehlersignals auf Basis der Ratengleichungen überein. Das präsen-

tierte theoretische Modell erlaubt folglich eine korrekte Beschreibung des ECDLs und insbesondere des Fehlersignals der aktiven Stabilisierung.

3.2.4 Experimentelle Ergebnisse

In den beiden folgenden Abschnitten werden nun die experimentellen Ergebnisse präsentiert, die durch das Anwenden des aktiven Stabilisierungsverfahrens ermöglicht werden. Diese wurden teilweise in Referenz [FSW09] veröffentlicht. Das Ziel der Experimente war das Erreichen großer modensprungfreier Durchstimmbereiche. Dabei wird zunächst der jeweilige experimentelle Aufbau schematisch dargestellt und die Durchführung des Experiments beschrieben. Abschließend werden die erreichten Durchstimmbereiche präsentiert und etwaige limitierende Faktoren diskutiert.

Piezo-Strom-Methode

Bei der in diesem Abschnitt vorgestellten Methode wird die optische Länge des Halbleiterlasers d_1 auf die Länge des externen Resonators $d_2(U)$ stabilisiert. Die Änderung von d_1 erfolgt dabei durch eine Variation des Pumpstroms der Laserdiode. Dieser Einfluss des Pumpstroms basiert auf der in Abschnitt 2.2 bereits diskutierten Temperaturabhängigkeit des Brechungsindex des Halbleitermaterials. Während der kontinuierlichen Längenänderung von $d_2(U)$ mittels der Piezo-Aktoren wird nun bei Anwendung des aktiven Stabilisierungsverfahrens die Resonanzbedingung des ECDLs durch eine Pumpstrom-Nachführung aufrecht erhalten. Die Methode wird daher im Folgenden auch als Piezo-Strom-Methode (*piezo-current-locking*, PCL) bezeichnet. Durch Anwendung dieser Methode werden Modensprünge verhindert und die Wellenlänge ändert sich entsprechend einer Änderung von $d_2(U)$.

Der experimentelle Aufbau der Piezo-Strom-Methode ist in Abbildung 3.10 schematisch dargestellt. Neben dem in Abschnitt 3.2.1 bereits im Detail erläuterten ECDL und den Bauteilen zur Detektion des Polarisationszustands kommt ein Faraday-Isolator so wie das in Abschnitt 3.1.1 beschriebene Fabry-Pérot-Interferometer mit hoher Finesse zur präzisen Messung des Durchstimmbereichs zum Einsatz.

Zusätzlich zu diesen optischen Komponenten werden verschiedene elektronische Geräte verwendet. Der Regelkreis wird mit Hilfe eines von Herrn Daniel Depenheuer entwickelten PID-Reglers [Dep07] geschlossen. Sowohl die Stromquelle zur Bereitstellung des Pumpstroms der Laserdiode als auch die Steuerung zur Regelung der Laserdiodentemperatur sind Eigenentwicklungen, die in der Diplomarbeit des Autors [Füh07] ausführlich beschrieben sind. Dabei bilden die hochintegrierten Chips WLD3343 und WTC3243 der Firma Wavelength Electronics¹⁹ das Herzstück der jeweiligen Schaltung. Aufgrund des hohen Rauschpegels des Stromtreiber-ICs wurde

¹⁹ Wavelength Electronics Inc., Bozeman, MT, USA, <http://www.teamwavelength.com>

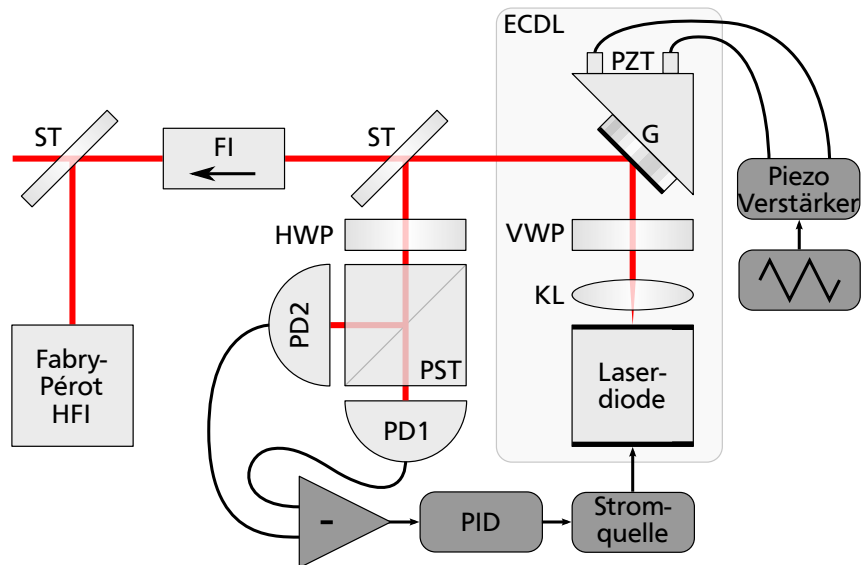


Abb. 3.10: Schematische Darstellung des experimentellen Aufbaus der Piezo-Strom-Methode. Die Darstellung ist nicht maßstabsgetreu. Die externe Resonatorlänge wird durch die Position des Gitters (G) mit einer Dreiecksrampe periodisch variiert. Der PID-Regler steuert den Pumpstrom der Laserdiode und hält die Resonanz des ECDLs aufrecht. Weitere Komponenten: Kollimationslinse (KL), Viertelwellenlängenplättchen (VWP), Piezo-Aktoren (PZT), Strahlteiler (ST), Halbwellenlängenplättchen (HWP), polarisierender Strahlteiler (PST), Photodiode (PD), Faraday-Isolator (FI), Interferometer mit hoher Finesse (HFI).

jedoch im Laufe der vorliegenden Arbeit zusammen mit Herrn Benjamin Rein eine neue Stromquelle entwickelt, die ein deutlich geringeres Rauschen aufweist [FR10]. Genauere Angaben dazu folgen in Kapitel 4. Die Dreiecksrampe zur Modulation der Piezoaktoren wurde mittels eines Funktionsgenerators vom Typ 33120A des Herstellers Agilent²⁰ generiert.

Im Folgenden wird nun der experimentelle Ablauf beschrieben. Dabei wird davon ausgegangen, dass die optische Rückkopplung durch eine manuelle Justage der Gitterwinkel bereits hergestellt wurde. Eine ausführliche Beschreibung dieser Prozedur befindet sich in [Topa; Dez06; Füh07]. Zur Optimierung des PCL-Fehlersignals wird zunächst das Stabilisierungsverfahren deaktiviert und ein konstanter Pumpstrom oberhalb der Laserschwelle eingestellt. Die externe Resonatorlänge wird nun mittels der Piezo-Aktoren periodisch variiert. Dabei wird das Fehlersignal mit einem Oszilloskop beobachtet. Durch Rotation des Viertelwellenlängenplättchens sowie einer Feinjustage der Gitterwinkel mittels der Offset-Spannung jedes einzelnen Piezo-

²⁰ Agilent Technologies, Inc., Santa-Clara, CA, USA, <http://www.agilent.com>

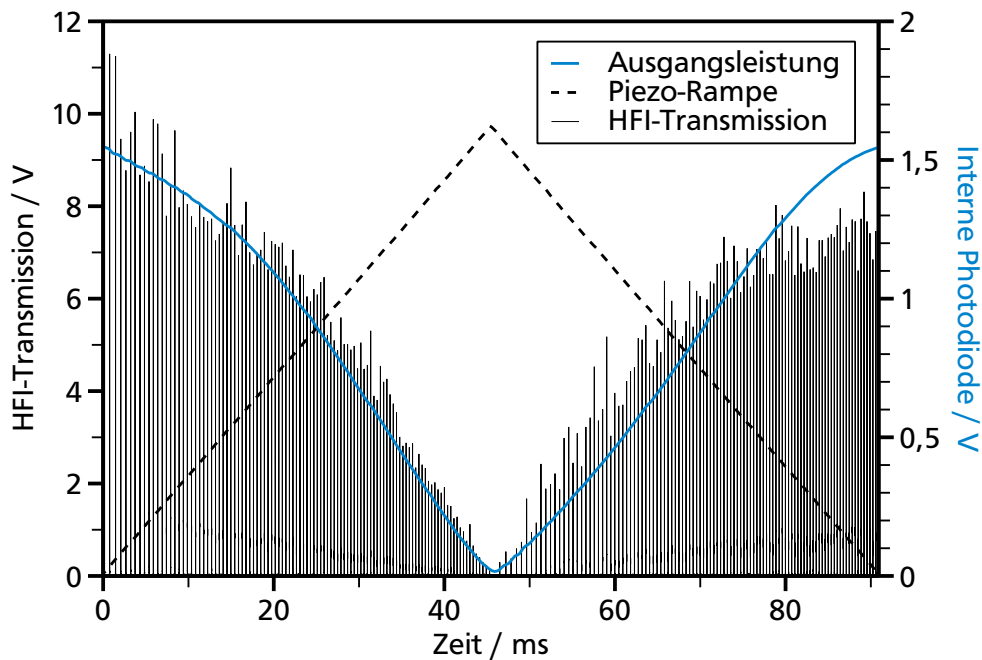


Abb. 3.11: Mittels des HFIs gemessener modensprungfreier Durchstimmbereich des durch PCL stabilisierten ECDLs von 105 GHz bei einer Scan-Rate von 11 Hz. Der Frequenzabstand zweier aufeinander folgender Transmissions-Maxima des Interferometers beträgt dabei 1 GHz. Die laserdiodeninterne Photodiode wurde genutzt, um den Verlauf der Ausgangsleistung zu messen (blaue Kurve). Die gestrichelte Linie visualisiert den Verlauf der Spannungsrampe zur Piezo-Modulation.

Aktors wird nun das Fehlersignal so lange optimiert, bis es ein regelmäßiges Verhalten über einen großen Piezo-Hub aufweist. Weitere Anmerkungen zur Vorgehensweise finden sich in der Masterarbeit von Frau Denise Stang [Sta08]. Abschließend muss kontrolliert werden, ob die Nulllage des Fehlersignals unabhängig vom Pumpstrom der Laserdiode ist. Sollte dies nicht der Fall sein, lässt sich dies durch Drehen des Halbwellenlängenplättchens kompensieren.

Sobald ein sauberes Fehlersignal vorliegt, kann der PID-Regler aktiviert werden. Unter Umständen ist es erforderlich, das Fehlersignal zu invertieren, so dass die Regelung in die korrekte Richtung erfolgt. Durch das stetige Erhöhen des Piezo-Hubs lässt sich nun der modensprungfreie Durchstimmbereich sukzessive vergrößern. Unter Umständen können bei dieser Vorgehensweise Modensprünge am Rand des Scan-Bereichs auftreten. Die Ursache dafür ist in diesem Fall eine ungeeignete Nachführung des Gitterwinkels an die immer größer werdende Wellenlängenänderung. Durch Feinjustage der Verstärkungen aller Piezo-Aktoren lässt sich das Übersetzungsverhält-

nis zwischen Translation und Rotation des Gitters jedoch mühelos optimieren, so dass die Littrow-Bedingung für die jeweils aktuelle Wellenlänge aufrecht erhalten bleibt. Diese Prozedur muss lediglich bei einer kompletten Neujustage des ECDLs einmalig durchgeführt werden.

Die Piezo-Strom-Methode wurde nun wie beschrieben mit dem Ziel angewendet, den Scan-Bereich des ECDLs zu maximieren. Basierend auf der Messung des HFIs wurde ein modensprungfreier Durchstimmbereich von 105 GHz mit einer Wiederholrate von 11 Hz erreicht, siehe Abbildung 3.11. Dabei ist neben dem Transmissionsignal des Interferometers das Signal der in der Laserdiode verbauten internen Photodiode gezeigt. Zur Umwandlung des Photostroms in eine Spannung wurde ein Transimpedanzverstärker verwendet [Füh07, S. 43]. Der Verlauf des Photodiodensignals zeigt deutlich die nichtlineare Nachführung des Pumpstroms aufgrund des nichtlinearen Verhaltens der Piezo-Aktoren. Ferner sind beide Flanken der Piezo-Rampe modensprungfrei. Dies ist üblicherweise bei Anwendung der *feed-forward* Technik aufgrund der Hysterese der Piezo-Aktoren nur für kleine Durchstimmbereiche der Fall.

Eine weitere Vergrößerung des Durchstimmbereichs war mittels des PCL-Verfahrens nicht möglich, da bereits der maximale laut Datenblatt zulässige Pumpstrom der Laserdiode erreicht wurde [Thoa]. Zur Umgehung dieser Beschränkung wurde ein alternatives Verfahren angewandt, das im folgenden Abschnitt präsentiert wird.

Temperatur-Piezo-Methode

Um die Limitierung des modensprungfreien Durchstimmbereichs aufgrund des maximalen Pumpstroms der Laserdiode zu überwinden, erfolgt bei der Temperatur-Piezo-Methode (*temperature-piezo-locking*, TPL) die Änderung der internen Resonatorlänge durch eine Temperaturänderung der Laserdiode bei konstantem Pumpstrom. Prinzipiell ist es bei der Implementierung eines Regelkreises sinnvoll, einen Parameter mit hoher Reaktionsgeschwindigkeit als Stellgröße zu verwenden, um eine große Regelbandbreite zu erreichen. Aus diesem Grund wird bei der TPL-Methode die externe Resonatorlänge auf die periodische Temperaturänderung der Laserdiode stabilisiert, siehe Abbildung 3.12.

Die Variation der Laserdiodentemperatur erfolgte durch die in der Laserdiodenhalterung integrierten Peltier-Elemente. Prinzipiell verfügt die zur Temperaturregelung verwendete Steuerung über eine externe Modulationsmöglichkeit des Temperatursollwertes. Aufgrund der Regelcharakteristik der Steuerung äußert sich jedoch eine periodisch alternierende Sollwertvorgabe lediglich in einer sehr trägen Temperaturänderung. Aus diesem Grund wurde für die TPL-Methode eine Schaltung entwickelt, die stets die maximale Leistung der Peltier-Elemente nutzt, wobei bei Erreichen einer einstellbaren Maximal- respektive Minimal-Temperatur die Polarität der Peltier-

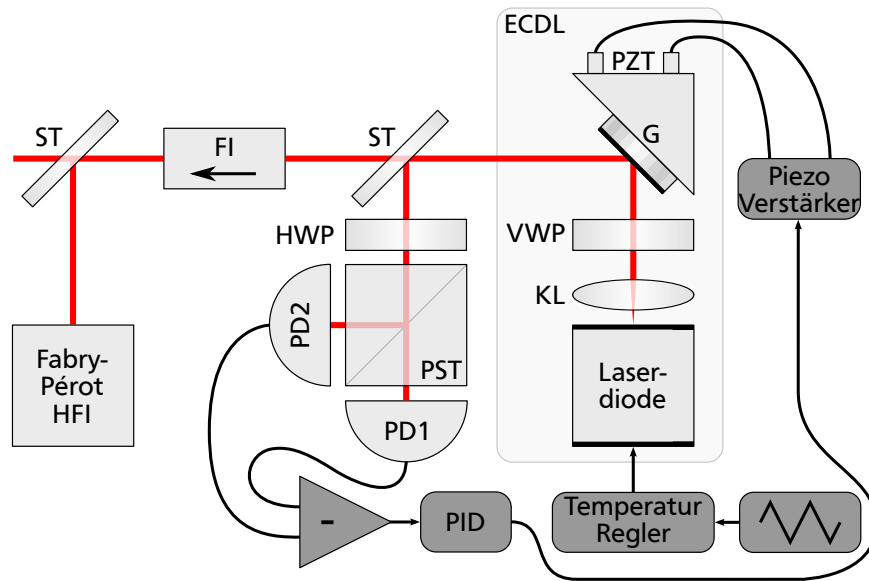


Abb. 3.12: Schematische Darstellung des experimentellen Aufbaus der Temperatur-Piezo-Methode. Die Darstellung ist nicht maßstabsgetreu. Die Temperatur der Laserdiode wird wie im Text beschrieben periodisch variiert. Der PID-Regler steuert die Spannung der Piezo-Aktoren und hält die Resonanz des ECDLs aufrecht. Zur Erläuterung der einzelnen Komponenten vergleiche Abbildung 3.10.

Spannung invertiert wird. Die Schaltung ist in Abbildung 3.13 dargestellt. Im Kern handelt es sich um einen Präzisions-Schmitt-Trigger. Dabei dienen die Operationsverstärker IC3A und IC3B als Komparatoren zum Vergleich der variablen Schaltschwellen mit der aktuellen Spannung des NTC²¹-Temperaturfühlers. Die Ausgänge dieser Komparatoren steuern den Zustand des Flipflops IC1, dessen Ausgang dann über einen Leistungstransistor ein Relais ansteuert um somit zwischen Heizen und Kühlen der Peltier-Elemente umzuschalten.

Die Schaltpunkte lassen sich mit den Potentiometern R5 und R6 einstellen. Nicht im Schaltplan dargestellt ist ein externes Netzteil zur Bereitstellung der Peltier-Spannungen V_{Heizen} und $V_{\text{Kühlen}}$.

Die experimentelle Durchführung basiert wie bei der PCL-Methode zunächst auf einer einmaligen Optimierung des Fehlersignals und der anschließenden Aktivierung des Regelkreises. Danach wird durch eine sukzessive Vergrößerung des Temperaturbereichs der Durchstimbereich immer weiter erhöht. Auch hier kann es

²¹ Bei einem *negative temperature coefficient*-Widerstand, auch als Heißleiter oder Thermistor bezeichnet, handelt es sich um einen stark temperaturabhängigen Widerstand, der mit steigender Temperatur besser leitet. Der hier verbaute Thermistor weist bei einer Temperatur von 25 °C einen Widerstand von 10 kΩ auf.

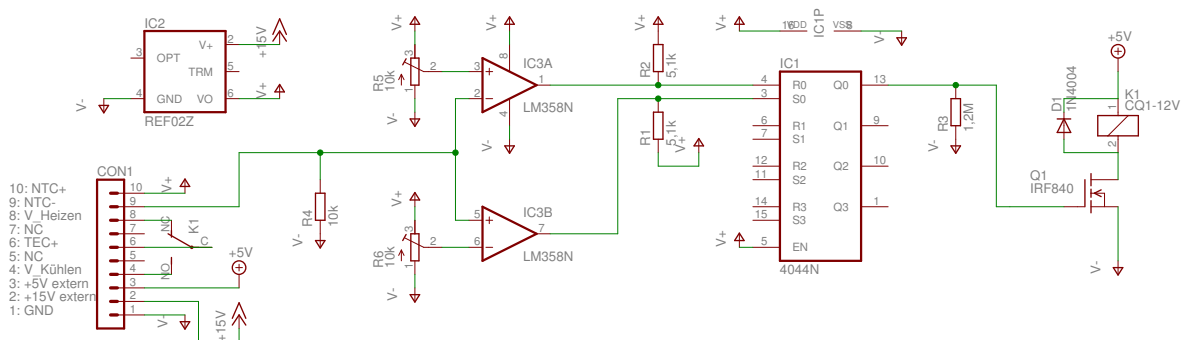


Abb. 3.13: Schaltplan der Steuerung zur periodischen Temperaturmodulation der Laserdiode. Dabei bildet das Flipflop IC1 zusammen mit den Komparatoren IC3A und IC3B einen Präzisions-Schmitt-Trigger mit durch die Potentiometer R5 und R6 einstellbaren variablen Schaltschwellen. Je nach Zustand des Flipflops legt das Relais K1 eine positive respektive negative Spannung an die Peltier-Elemente an. In der Darstellung nicht gezeigt sind die Peltier-Elemente, der NTC-Fühler sowie das Netzteil zur Bereitstellung des Heiz- und Kühlstroms.

bei der erstmaligen Durchführung zu Modensprüngen im Randbereich kommen, die durch Nachjustage der individuellen Verstärkungen der Piezo-Aktoren beseitigt werden können. Die TPL-Methode wurde nun mit dem Ziel angewandt, den modensprungfreien Durchstimmbereich zu maximieren. Die in Abbildung 3.14 präsentierten Ergebnisse wurden im Rahmen der Master-Arbeit von Frau Denise Stang [Sta08] erzielt. Es konnte ein modensprungfreier Durchstimmbereich von 130 GHz bei einer Scan-Dauer von 80 s erreicht werden. Die Temperatur der Laserdiode wurde dabei von 23,3 °C auf 27 °C geändert. Der Pumpstrom der Laserdiode blieb während der Messung bei einem konstanten Wert von 50 mA. Eine weitere Vergrößerung des modensprungfreien Durchstimmbereichs war aufgrund der bereits vollständig genutzten maximalen Piezo-Elongation nicht möglich. Der gesamte tatsächlich genutzte Piezo-Hub setzt sich dabei aus den zur Optimierung des Fehlersignals nötigen individuellen Offset-Spannungen der einzelnen Aktoren sowie der Modulation aufgrund des Stabilisierungsverfahrens zusammen.

Es sei noch angemerkt, dass die Limitierung des maximalen Scan-Bereichs kein inhärentes Attribut der Stabilisierungsverfahren darstellt. Vielmehr besteht die Ursache lediglich in externen Einschränkungen aufgrund des maximalen Pumpstroms oder der begrenzten Elongation der Piezo-Aktoren.

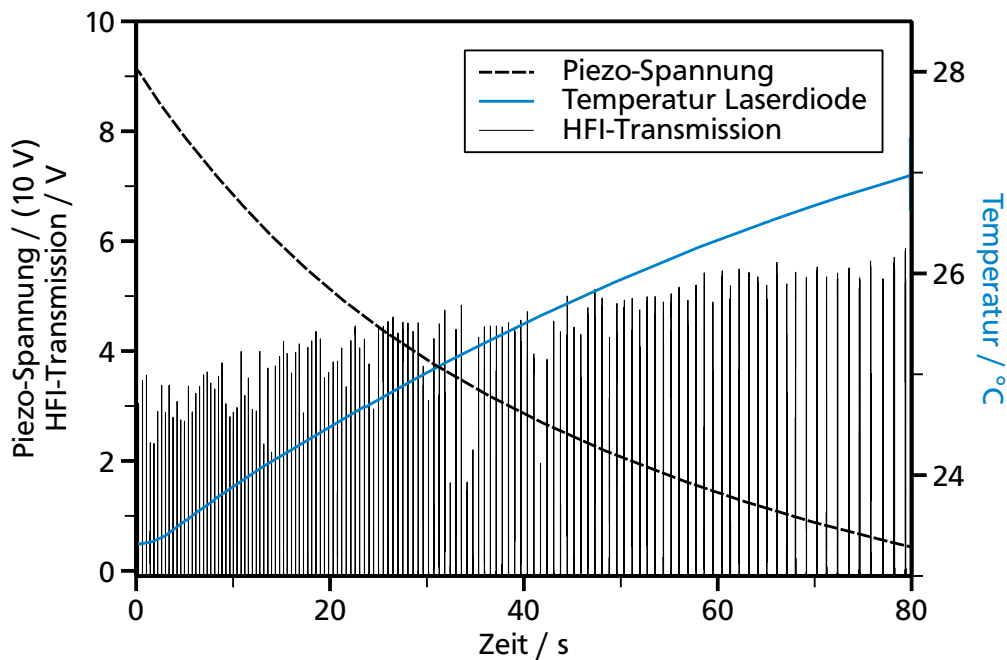


Abb. 3.14: Mittels des HFIs gemessener modensprungfreier Durchstimmbereich des durch TPL stabilisierten ECDLs von 130 GHz bei einer Scan-Dauer von 80 s. Der Frequenzabstand zweier aufeinander folgender Transmissions-Maxima des Interferometers beträgt dabei 1 GHz. Der in der Laserdioden-Halterung integrierte NTC-Fühler wurde genutzt, um den Temperaturverlauf der Laserdiode zu bestimmen (blaue Kurve). Die gestrichelte Linie zeigt den Spannungsverlauf der Piezo-Aktoren.

3.2.5 Anwendungen

Nach der in den beiden vorherigen Abschnitten dargestellten erfolgreichen Realisierung großer modensprungfreier Durchstimmbereiche mittels des PCL- und TPL-Verfahrens werden nun in den folgenden Kapiteln diverse Anwendungen der aktiven Stabilisierung präsentiert. Neben der direkten Anwendung großer Durchstimmbereiche zur Spektroskopie von Rubidium (Rb) werden die Möglichkeiten der Regelung genutzt, um in Analogie zu einem arbiträren Funktionsgenerator eine beliebige Wellenlängenänderung zu realisieren. Darüber hinaus wird die prinzipielle Machbarkeit einer absoluten Wellenlängenstabilisierung durch die Implementierung eines zweiten Regelkreises demonstriert.

In der Arbeitsgruppe Laser und Quantenoptik (LQO) der TU Darmstadt existieren mehrere Projekte, bei denen spektroskopische Untersuchungen eine zentrale Rolle spielen [Wol03; Len04; Maß07; Dep+11]. Dabei sind die jeweiligen Absorptionslinien durch Doppler- und Druckverbreiterung gegenüber ihrer natürlichen Linienbreite teilweise auf mehrere zehn Gigahertz verbreitert. Bei der Auswertung der experimentellen Daten ist es wichtig, auch Messdaten abseits der eigentlichen Absorptionslinie zu berücksichtigen. So erfolgt eine Modellanpassung zur Bestimmung der Konzentration, der Temperatur und des Drucks eines Gases nur dann zufriedenstellend, wenn eine Basislinie als Referenz vorhanden ist [Wol03].

Folglich besteht die Anforderung an den zur Spektroskopie verwendeten Laser primär darin, einen möglichst großen modensprungfreien Durchstimmbereich aufzuweisen, um über ausreichend Reserven für eine Abtastung des Linienprofils inklusive Nulllinie zu verfügen. Die in den vorherigen Abschnitten präsentierten aktiven Stabilisierungsverfahren ermöglichen solche weiten Scan-Bereiche.

Neben dieser Anforderung an den Durchstimmbereich ist eine geringe spektrale Breite des Lasers für Anwendungen bei Präzisionsmessungen, wie beispielsweise der dopplerfreien Sättigungsspektroskopie, essentiell. In der Arbeitsgruppe LQO werden im Rahmen des Brillouin-Projekts [PW10] sog. FADOF²² verwendet. Dabei befindet sich eine Gaszelle zwischen zwei gekreuzten Polarisatoren. Durch die aufgrund eines äußeren Magnetfeldes induzierte Zeeman-Aufspaltung der Spektrallinien sowie der anomalen Dispersion im Bereich dieser Übergänge wirkt die Gaszelle als Faraday-Rotator. Details zu FADO-Filtern finden sich in den Arbeiten [Pop04; Maß07; Pop10]. FADO-Filter weisen typischerweise scharfe Transmissionskanten und je nach Temperatur und Gasgemisch feine Substrukturen auf. Bei der Charakterisierung dieser FADOF-Spektren ist folglich eine geringe Laser-Linienbreite wünschenswert. Es werden daher neben den Absorptionsspektren von Rubidium im Folgenden zusätzlich Messungen von FADOF-Transmissionsspektren präsentiert. Eine detaillierte Analyse der Linienbreite eines mittels des PCL-Verfahrens stabilisierten ECDLs folgt in Kapitel 4.

Durch die folgenden Messungen an Rubidium soll nun die Eignung der Stabilisierungsverfahren für spektroskopische Untersuchungen demonstriert werden. Sie stellen dabei ferner supplementär zu den HFI-Messungen eine Überprüfung des modensprungfreien Durchstimmbereichs dar. Es sei ausdrücklich darauf hingewiesen, dass bei den präsentierten Messungen einzig die Anwendung des aktiven ECDL-Stabilisierungsverfahrens im Vordergrund steht. Es erfolgt keine Analyse oder Modellierung der Rubidium-Spektren sowie der FADOF-Transmission.

²² *Faraday anomalous dispersion optical filter*, auch *Faraday dispersive optical filter*

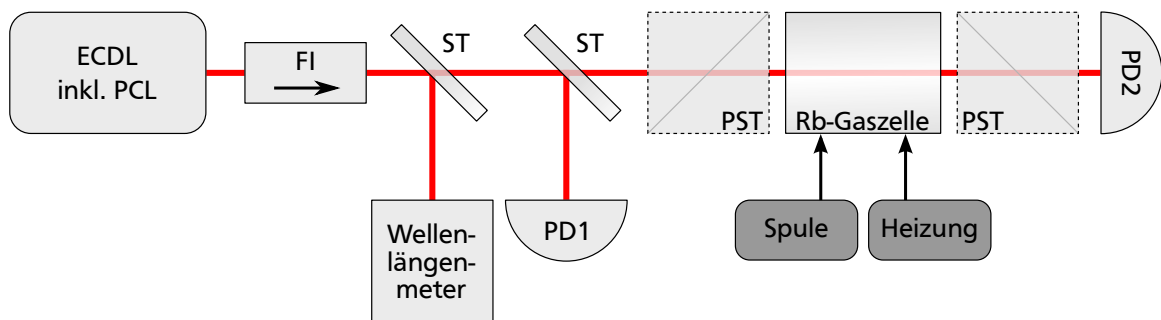


Abb. 3.15: Schematische Darstellung des experimentellen Aufbaus zur Spektroskopie von Rubidium. Das Licht des durch das PCL-Verfahren stabilisierten ECDLs passiert zunächst einen Faraday-Isolator (FI). Teile des Lichts werden von Strahlteilern (ST) zu einem Wellenlängenmessgerät sowie zur Referenzphotodiode PD1 reflektiert. Nach Durchqueren der beheizbaren Gaszelle trifft es auf die Messphotodiode PD2. Für die FADOF-Messungen werden zusätzliche die gestrichelt dargestellten, gekreuzten Polarisatoren (PST) und eine Spule zur Erzeugung des Magnetfeldes verwendet.

Für die Messungen wurde ein Gas bestehend aus ^{85}Rb und ^{87}Rb im natürlichen Isotopenverhältnis von etwa 13 zu 5 verwendet. Zusätzlich enthalten die im Experiment verwendeten Gaszellen die Puffergase Ethan respektive Xenon. Dies führt zu einer zusätzlichen starken Verbreiterung der Rubidium-Linien [RMC97]. Bei dem untersuchten Übergang handelt es sich um die Resonanz $5^2S_{1/2} \rightarrow 5^2P_{3/2}$ mit einer Vakuumwellenlänge von 780,2414 nm [Ste10a] für ^{85}Rb respektive 780,2412 nm für ^{87}Rb [Ste10b]. Der in den folgenden Messungen ausgezeichnete Frequenznullpunkt wurde daher entsprechend einer Frequenz von $f_0 = c/780,241 \text{ nm}$ gesetzt.

Der experimentelle Aufbau ist schematisch in Abbildung 3.15 dargestellt. Neben dem mittels des PCL-Verfahrens stabilisierten ECDL sowie der Gaszelle dient eine Mess- sowie eine Referenzphotodiode der Bestimmung der Transmission. Im Fall der FADOF-Messungen sind zusätzlich die nötigen Polarisatoren sowie eine Spule zur Erzeugung des Magnetfeldes vorhanden. Die Zelle hat eine Innenlänge und somit eine Absorptionsstrecke von 10 mm. Sie befindet sich in einem Heizofen und lässt sich mit Hilfe eines Temperaturreglers vom Typ HT 30 der Firma Horst²³ mit einer Temperaturauflösung von ein Grad Celsius erwärmen. Details zur Spulen- und Ofenkonstruktion finden sich in [Pop04].

Die experimentelle Durchführung basiert auf einem in LabView implementierten Steuer- und Messprogramm. Dabei wird die Modulationsspannung der Piezo-Aktoren und somit die externe Resonatorlänge durch einen Analogausgang der in Abschnitt 3.1.3 vorgestellten DAQ-Karte inkrementell variiert. Aufgrund des akti-

²³ Horst GmbH, Lorsch, <http://www.horst.de>

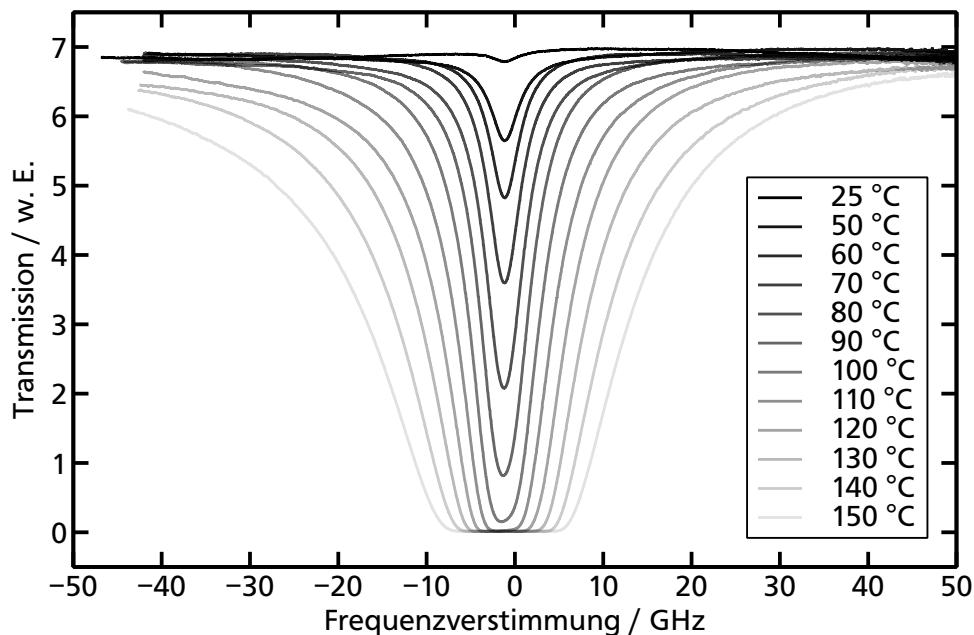


Abb. 3.16: Spektrum von Ethan-gepuffertem Rubidium im natürlichen Isotopenverhältnis in Abhängigkeit der Gastemperatur. Die Anzahl der Datenpunkte beträgt 4000 für jedes Spektrum.

vierten PCL-Verfahrens passt sich der Pumpstrom der Laserdiode automatisch an, so dass eine modensprungfreie Wellenlängenänderung des ECDLs erfolgt. Das LabView-Programm liest nun für die jeweilige externe Resonatorlänge zur Bestimmung der aktuellen Wellenlänge ein Wellenlängenmessgerät aus. Es handelt sich dabei um das Modell WS/7 des Herstellers HighFinesse²⁴. Ferner protokolliert es die Spannungen der Photodioden. Danach wird die Piezo-Spannung um die gewählte Schrittweite erhöht und die Datenaufnahme beginnt erneut. Diese Prozedur wird vom Programm so lange wiederholt, bis eine voreingestellte maximale Piezo-Elongation erreicht wurde.

Es wurde nun eine Messreihe der Absorptionsspektren von Rubidium mit dem Puffergas Ethan in Abhängigkeit der Zelltemperatur durchgeführt, siehe Abbildung 3.16. Dabei konnte das gesamte Spektrum aufgrund des großen Durchstimmbereichs in einem Durchgang aufgenommen werden, ohne es in mehrere Einzelmessungen zu segmentieren. Dies war in vorherigen Arbeiten aufgrund des eingeschränkten ECDL-Durchstimmbereichs nötig und führte teilweise zu Inkonsistenzen in den Überlappungsbereichen [Maß07].

²⁴ HighFinesse GmbH, Laser and Electronic Systems, Tübingen, <http://www.highfinesse.com>

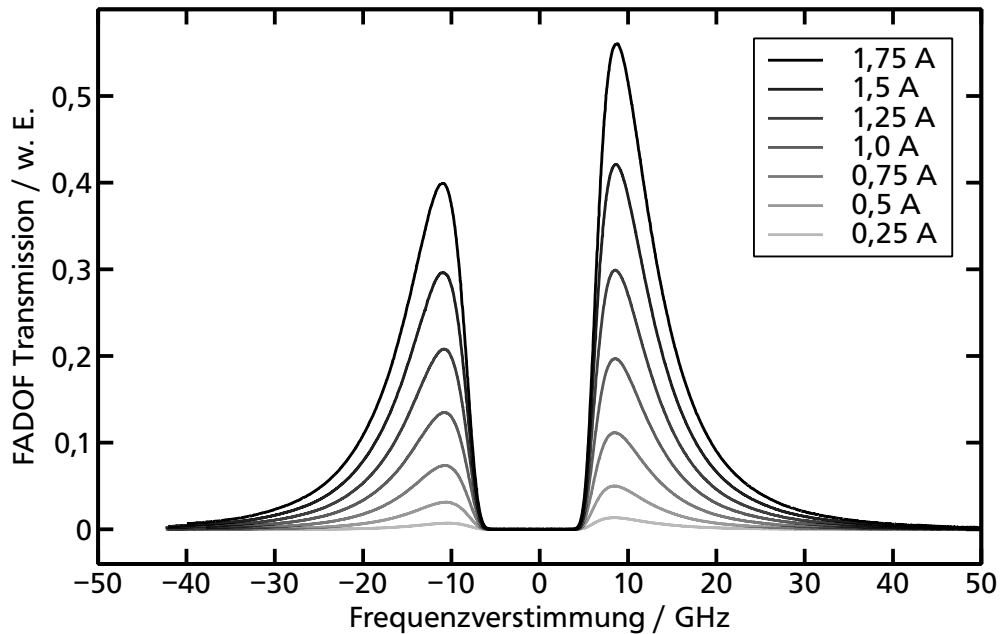


Abb. 3.17: Transmission eines Ethan-gepufferten Rubidium-FADOF in Abhängigkeit des Spulenstroms. Die Temperatur der Gaszelle wurde dabei konstant auf 150 °C gehalten. Die Messung besteht aus 4000 Datenpunkten pro Spektrum.

Das Experiment wurde nun um die in der Darstellung des Aufbaus gestrichelt eingezeichneten gekreuzten Polarisatoren erweitert. Dadurch entspricht der Aufbau dem oben beschriebenen FADOF. Es wurde nun sowohl für Ethan-gepuffertes als auch für Xenon-gepuffertes Rubidium eine Messreihe in Abhängigkeit des Spulenstroms durchgeführt, siehe Abbildung 3.17 und 3.18. Die Temperatur der Gaszelle wurde dabei während der Messung konstant gehalten. Sie betrug 150 °C (110 °C) für die Ethan(Xenon)-Rubidium-Zelle. Zur Automatisierung des experimentellen Ablaufs wurde erneut das bereits beschriebene LabView-Programm verwendet. Beide Messungen zeigen deutlich die gute Wiedergabe der charakteristischen steilen FADOF-Kanten und im Fall der Xenon-Messung die Auflösung feiner Details.

Die exemplarisch durchgeführten Messungen an Rubidium unter dem Einfluss von Puffergasen demonstrieren somit die Nützlichkeit der aktiven ECDL-Stabilisierung für das Anwendungsfeld der Präzisionsspektroskopie. In den folgenden Abschnitten werden nun zwei Anwendungen präsentiert, die ohne das aktive ECDL-Stabilisierungsverfahren schwierig oder nur eingeschränkt realisierbar sind.

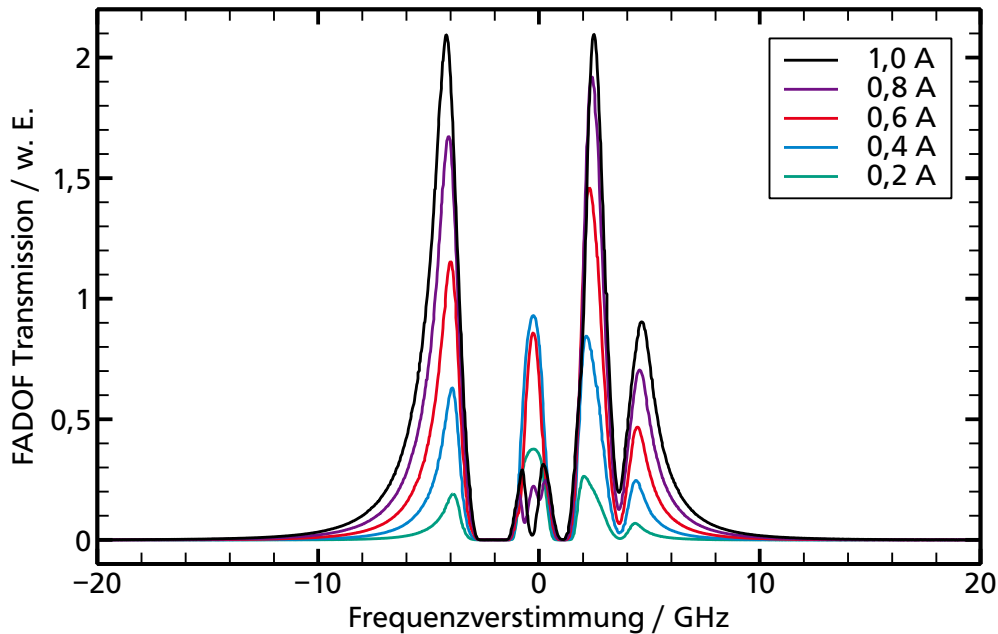


Abb. 3.18: Transmission eines Xenon-gepufferten Rubidium-FADOF in Abhängigkeit des Spulenstroms. Die Temperatur der Gaszelle wurde dabei konstant auf 110 °C gehalten. Die Messung besteht aus 4000 Datenpunkten pro Spektrum.

Absolute Wellenlängenstabilisierung

Durch die aktive ECDL-Stabilisierung ist im Fall des PCL-Verfahrens die Wellenlänge direkt von der externen Resonatorlänge $d_2(U)$ abhängig, siehe auch Gleichung 3.20. Es ist daher durch eine Regelung der Piezo-Spannung U möglich, die Wellenlänge auf einem konstanten Wert zu halten. Dadurch kann folglich eine absolute Wellenlängenstabilisierung des ECDLs erreicht werden. Dabei hält der Regelkreis des PCL-Verfahrens die Resonanz zwischen internem und externem Resonator aufrecht und verhindert somit Modensprünge. Ein weiterer Regelkreis ersetzt nun den bisher zur Steuerung des externen Resonators verwendeten Funktionsgenerator und kompensiert somit Drifts der externen Resonatorlänge aber auch Temperaturschwankungen der Laserdiode.

Für diesen zweiten Regelkreis ist nun ein Fehlersignal erforderlich. Dies lässt sich prinzipiell durch die Anwendung etablierter Verfahren zur allgemeinen Laserstabilisierung erhalten, wie beispielsweise die eingangs bereits erwähnte *top-of-fringe* Methode oder das Pound-Drever-Hall Verfahren.

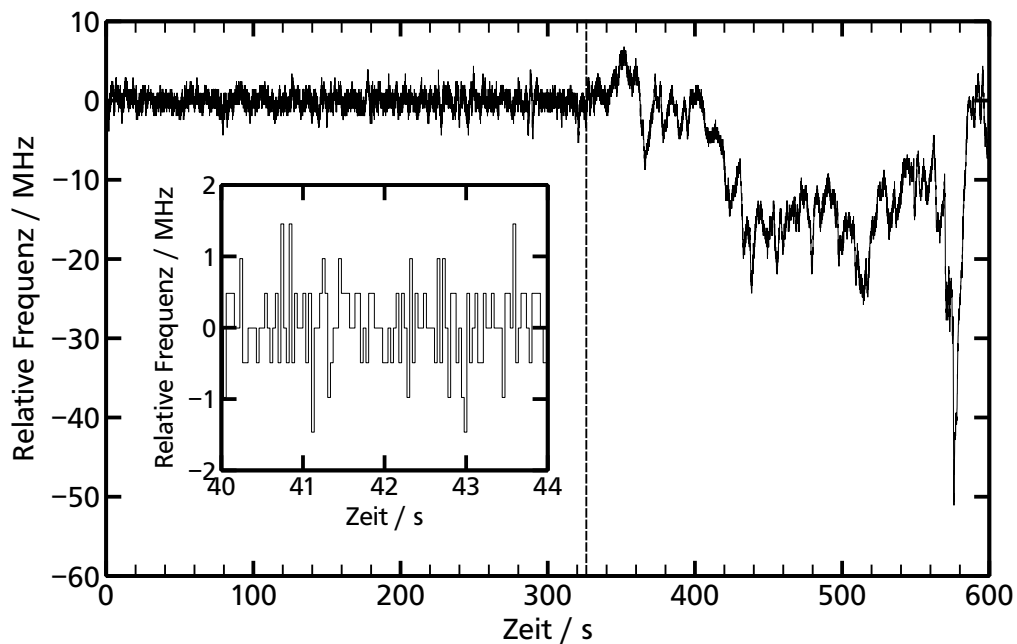


Abb. 3.19: Stabilisierung des ECDLs durch einen in LabView implementierten PID-Regler auf ein Wellenlängenmeter. Ab der gestrichelten Linie wurde dieser Regelkreis deaktiviert. Die Kontrolle der Emissionsfrequenz erfolgt durch eine Änderung der externen Resonatorlänge. Das PCL-Verfahren verhindert dabei das Auftreten von Modensprüngen.

Zur Demonstration der prinzipiellen Realisierbarkeit einer absoluten Wellenlängenstabilisierung auf Basis des PCL-Verfahrens wurde das im vorherigen Abschnitt vorgestellte Wellenlängenmeter verwendet. Der Regelkreis zur Kontrolle der Resonatorlänge wurde dabei in LabView implementiert. Der Ablauf dieser Software-Regelung wird im Folgenden kurz beschrieben. Zur Bestimmung des Istwertes wird das Wellenlängenmessgerät durch das LabView-Programm ausgelesen. Aus der Differenz des Istwertes und eines frei wählbaren Sollwertes berechnet nun ein in LabView programmierter PID-Regler die neue Modulationsspannung der Piezo-Aktoren. Diese wird über einen Analogausgang der DAQ-Karte an den Piezo-Verstärker ausgegeben. Die Regelbandbreite dieser Software-Regelung ist gering, da ein normaler PC und keine echtzeitfähige Hardware, wie beispielsweise ein FPGA²⁵, verwendet wurde. Sie beträgt je nach Antwortzeit des Wellenlängenmessgeräts etwa 40 Hz, wobei die Ausgabe der Stellgröße des Reglers mit etwa 300 Hz erfolgt. Zur Kompensation von Drifts ist die Bandbreite jedoch ausreichend, siehe Abbildung 3.19. Die Messung

²⁵ *Field programmable gate array*. Es handelt sich dabei um einen programmierbaren IC, der mit festen Taktzyklen arbeitet und daher echtzeitfähig ist.

zeigt die aktuelle Emissionsfrequenz des ECDLs relativ zum Sollwert der Regelung über einen Zeitraum von zehn Minuten. Dabei wurde der Regelkreis zur Wellenlängenstabilisierung nach etwa fünf Minuten deaktiviert. Dieser Zeitpunkt ist in der Abbildung durch eine gestrichelte Linie hervorgehoben. Die PCL-Stabilisierung blieb jedoch permanent aktiviert. Wie im vergrößerten Ausschnitt in Abbildung 3.19 zu sehen ist, liegt die Änderung der relativen Laserfrequenz durch die Regelung der externen Resonatorlänge im Bereich der Auflösungsgrenze des Wellenlängenmessgeräts.

Arbiträre Wellenlängenänderung

Bei den in Abschnitt 3.2.4 präsentierten Messungen zur Bestimmung des modensprungfreien Durchstimmbereichs des ECDLs sowie den spektroskopischen Untersuchungen in Abschnitt 3.2.5 wurde die Piezo-Spannung stets linear entsprechend einer Dreiecksrampe moduliert. Dies hat bis auf Abweichungen aufgrund der Nichtlinearität der Piezo-Aktoren eine annähernd lineare Wellenlängenänderung zur Folge. Für bestimmte Anwendungen kann es jedoch vorteilhaft sein, andere Wellenlängenverläufe zu nutzen. So kommt es mit steigender Scan-Frequenz zu einem Nachschwingen (*ringing*) der Piezo-Aktoren an den Umkehrpunkten der Dreiecksrampe [Sta08]. Die Ursache dafür sind die im Fourierspektrum der Dreiecksrampe enthaltenen höheren Frequenzanteile aufgrund der scharfen Umkehrpunkte. Dies lässt sich verhindern, indem eine Tiefpass-gefilterte Dreiecksrampe genutzt wird. Für besonders hohe Scan-Raten ist die Verwendung einer sinusförmigen Modulation nötig [BW12]. Durch eine rechteckförmige Modulation ist es möglich, innerhalb der Regelbandbreite zwischen zwei oder mehr Wellenlängen umzuschalten. Dies ist beispielsweise für Datenübertragungsverfahren basierend auf dem sog. dichten Wellenlängen-Multiplex²⁶ interessant [Bra90].

Eine Änderung des Verlaufs der Wellenlänge lässt sich also durch eine geänderte Modulation der Piezo-Spannung realisieren. Dies ist prinzipiell auch möglich, wenn das Durchstimmen des ECDLs nicht durch das PCL- oder TPL-Verfahren, sondern mittels *feed-forward* erfolgt. Allerdings basiert bei der *feed-forward* Methode die Änderung des Pumpstroms der Laserdiode auf der Modulationsspannung der Piezo-Aktoren. Wie zu Beginn des Kapitels bereits erwähnt, ist somit kein Ausgleich des nichtlinearen Verhaltens und der Hysterese der Piezo-Aktoren möglich. Darüber hinaus muss berücksichtigt werden, dass Piezo-Aktoren elektrisch eine relativ hohe Kapazität im Bereich von Mikrofarad aufweisen und somit als Tiefpass wirken. Dies führt neben der Nichtlinearität sowie der Hysterese zu einer noch größeren Abweichung zwischen Piezo-Spannung und der zu erwartenden externen Resonatorlänge.

²⁶ *Dense wavelength division multiplex*, DWDM

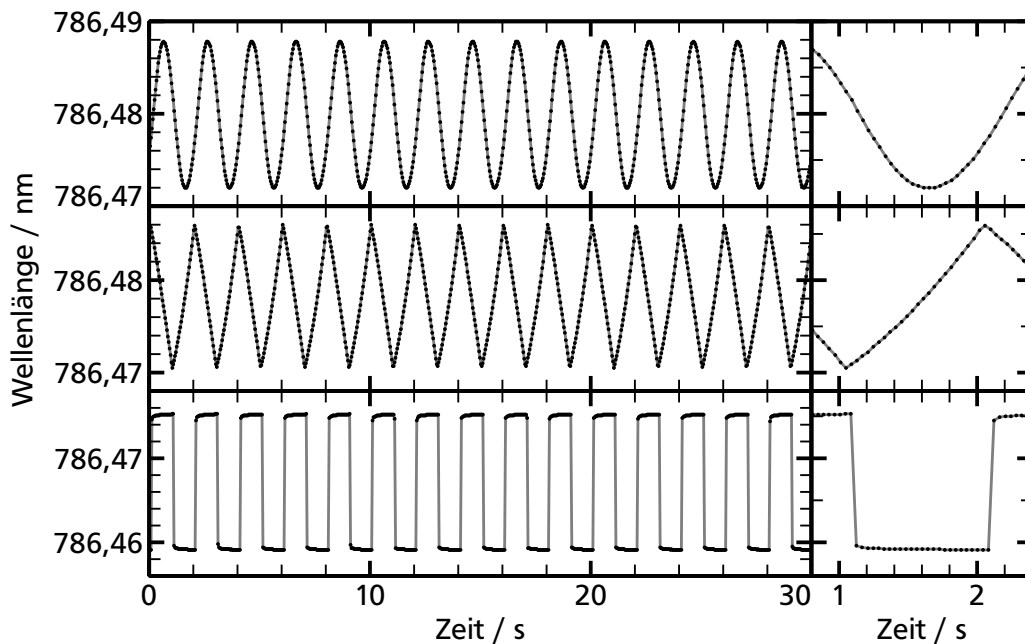



Abb. 3.20: Durchstimmen des mittels PCL stabilisierten ECDLs für drei unterschiedliche Modulationsmuster der Piezo-Spannung. Die Messung erfolgte mit dem Wellenlängenmeter. Die einzelnen Datenpunkte wurden zur besseren Visualisierung durch Geraden verbunden.

Dadurch wird die Anwendbarkeit des *feed-forwards* je nach Modulationsmuster weiter eingeschränkt.

Im Gegensatz dazu basiert die Anpassung des Laserdioden-Stroms bei Anwendung der aktiven Stabilisierungsverfahren PCL oder TPL auf der tatsächlichen Länge des externen Resonators. Die Abweichung zwischen Piezo-Spannung und -Elongation ist hier folglich nicht relevant.

In Abbildung 3.20 ist nun der mittels des Wellenlängenmeters aufgenommene Verlauf der Wellenlänge für eine Sinus-, Dreieck- sowie Rechteckmodulation der Piezo-Spannung dargestellt. Das Modulationsmuster des verwendeten Funktionsgenerators wurde dabei während des ECDL-Scans direkt umgeschaltet. Es zeigt sich, dass sich Abweichungen der Piezo-Elongation von den jeweiligen idealen Modulationsmustern aufgrund der Übertragungsfunktion der Piezo-Aktoren im Verlauf der Wellenlänge widerspiegeln. So ist beispielsweise der Effekt der Tiefpassfilterung bei der Rechteck-Modulation deutlich zu erkennen.

Prinzipiell lassen sich mit den aktiven Stabilisierungsverfahren innerhalb des durch die maximalen Piezo-Elongation begrenzten modensprungfreien Durchstimm-



bereichs beliebige Wellenlängenverläufe mit einer durch die Bandbreite des Regelkreises begrenzten Änderungsrate erreichen.



4 Linienbreitenmessungen

Viele Laseranwendungen profitieren von einer niedrigen und konstanten Linienbreite des Laserlichts. So wird beispielsweise bei der hochauflösenden Spektroskopie die potenzielle spektrale Auflösung durch die Linienbreite des Lasers determiniert. Ein weiteres prominentes Beispiel ist das Feld der kohärenten optischen Kommunikationsverfahren [Rou12]. Hierbei hängt die Bit-Fehlerrate (*bit error rate*, BER) stark von der Linienbreite ab [Kik+84]. Darüber hinaus existiert ein Zusammenhang zwischen der BER und der spezifischen spektralen Form des Laserlichts [Kik12]. Wie in Abschnitt 2.2.2 bereits erläutert, wird diese von der spektralen Leistungsdichte des Frequenzrauschens $S_{\phi}(\omega')$ bestimmt. Für hohe Datenraten beispielsweise ist die BER folglich einzig von dem lorentzförmigen Anteil des Gesamtspektrums abhängig, da der Ursprung hierfür das frequenzunabhängige weiße Rauschen ist. Es ist folglich nicht nur wichtig die Gesamtlinienbreite, charakterisiert durch die Halbwertsbreite (*full width half maximum*, FWHM), eines Lasers zu kennen, sondern darüber hinaus auch die Gewichtung der einzelnen spektralen Komponenten. Das Gesamtspektrum resultiert dann aus der Faltung dieser Komponenten.

Das Ziel der in den nachfolgenden Abschnitten 4.2 und 4.3 vorgestellten Linienbreitenmessungen ist die Analyse des Einflusses sowie des Potenzials der in Kapitel 3 vorgestellten ECDL-Stabilisierungsverfahren auf die spektralen Eigenschaften des ECDLs. Dabei werden folgende Fragen adressiert:

1. Entsteht durch den Regelkreis zusätzliches Rauschen, das zu einer Verbreiterung der Linienbreite des ECDLs führt? Falls ja, um welche Art von Rauschen handelt es sich und wie stark ist der Einfluss?
2. Ist es möglich, durch die Anwendung des Stabilisierungsverfahrens eine im Vergleich zu einem nicht stabilisierten ECDL niedrigere Linienbreite zu erreichen?
3. Welche Linienbreiten werden durch eine Änderung des Sollwertes des Regelkreises zugänglich?
4. Wie wirken sich Änderungen der Ausgangsleistung und der Rückkopplungsstärke auf die Linienbreite aus?

Um bei der Beantwortung dieser Fragen jegliche Einflüsse durch das Rauschen des Pumpstroms der Laserdiode so gering wie möglich zu halten, kommt abweichend zu den bisher präsentierten Messungen eine neue Stromsteuerung zum Einsatz. Diese wurde zusammen mit Herrn Benjamin Rein entwickelt [Rei10; FR10; Tom+12a].

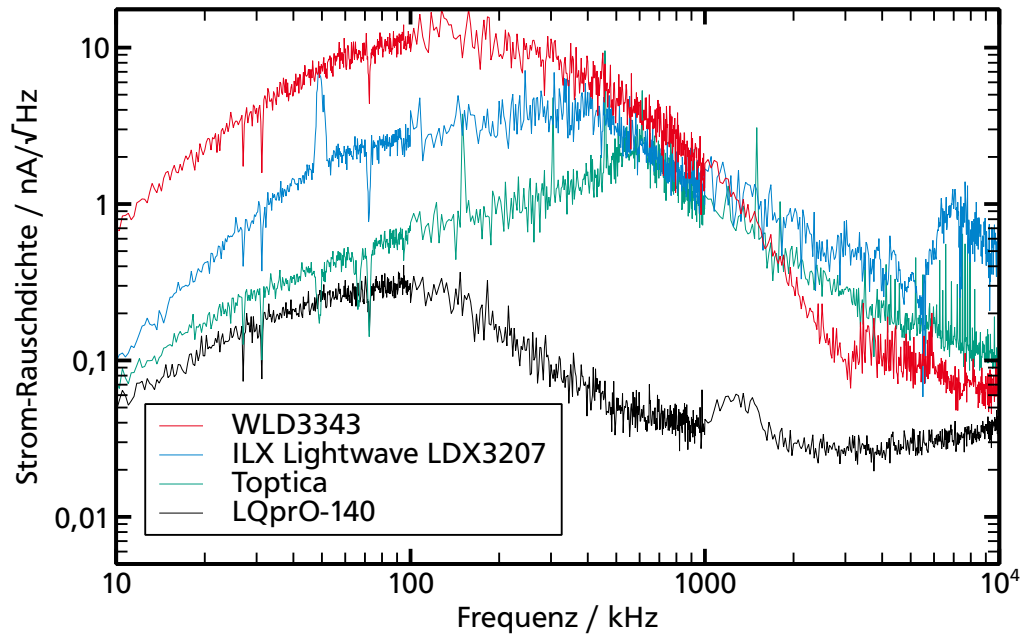


Abb. 4.1: Rauschverhalten verschiedener Stromquellen für Laserdioden. Für die Messung mit dem ESA wurde die Rauschspannung einer ohmschen Last mit einem Widerstand von $10\ \Omega$ um 60 dB verstärkt. Der Prüfstrom betrug jeweils 100 mA. Der Bereich unterhalb von 100 kHz weist aufgrund der in den verwendeten Geräten enthaltenen Hochpassfilter eine frequenzabhängige Abschwächung auf.

Die im Folgenden als LQprO-140 bezeichnete Steuerung weist einen sehr niedrigen Rauschpegel auf, siehe Abbildung 4.1. Die Messung wurde mit einem elektrischen Spektrumanalysator (ESA) des Typs HP8591A von Hewlett-Packard¹ durchgeführt. Dabei diente ein Widerstand von $10\ \Omega$ als elektrische Last für die Stromsteuerung. Der Spannungsabfall über diesem Widerstand wurde anschließend mit einem schnellen, rauscharmen Verstärker vom Typ HSA-Y-1-60 des Herstellers Femto² um 60 dB verstärkt. Die Durchführung der Messung erfolgte bei einem Strom von 100 mA. Um ausschließlich das Rauschen des jeweiligen Prüflings zu bestimmen, wurde eine Nullmessung durchgeführt und von den Rauschspektren subtrahiert. Der Bereich unterhalb von 100 kHz ist aufgrund der Hochpassfilter des Verstärkers und des ESAs stark abgeschwächt.

Die Schaltung der Stromquelle basiert auf dem Design von Libbrecht und Hall [LH93]. Der Schaltplan wurde jedoch um einen zusätzlichen Eingang erweitert,

¹ Hewlett-Packard Company, Palo Alto, CA, USA, <http://www.hp.com>

² FEMTO Messtechnik GmbH, Berlin, <http://www.femto.de>

der eine Modulation über den gesamten Strombereich von 140 mA mit einer Drei-dB-Bandbreite von 200 kHz ermöglicht. Dieser Eingang ist für das PCL-Verfahren essenziell. Ferner existiert ein schneller Modulationseingang mit einer Bandbreite von typischerweise³ 20 MHz, der beispielsweise zur Seitenbandmodulation für das Stabilisierungsverfahren nach Pound, Drever und Hall verwendet werden kann [Dre+83]. Um das Stromrauschen der Steuerung zu minimieren, kommen ausschließlich besonders rauscharme *ultra-low-noise* Operationsverstärker in SMD-Bauform zum Einsatz. Eine Vierlagen-Platine mit separaten Signal-, Versorgungs- und Erdungslagen wurde händisch geroutet, wobei speziell auf kurze Verbindungen zwischen kritischen Punkten sowie eine angemessene Erdung und Schirmung geachtet wurde.

Erst der geringe Rauschpegel der LQprO-140 ermöglichte bei den in den nachfolgenden Abschnitten präsentierten Messungen eine genaue Analyse der intrinsischen Linienbreite des ECDLs. Bei Verwendung der in Abschnitt 3.2.4 beschriebenen und auf dem integrierten Chip WLD3343 basierten Schaltung wurde die Linienbreite durch den hohen Rauschpegel der Stromquelle dominiert.

4.1 Methoden der Linienbreitenmessung

Zur experimentellen Bestimmung der FWHM sowie der spektralen Zusammensetzung existieren verschiedene Methoden. So lässt sich das Spektrum durch ein Fabry-Pérot-Interferometer mit kontinuierlich veränderlichem Spiegelabstand abtasten (*scanning-FPI*). Allerdings liegt das Auflösungsvermögen typischer *scanning-FPI*s im einstelligen Megahertz-Bereich und ist damit im Vergleich zu den mit ECDLs erreichbaren Linienbreiten im Kilohertz-Bereich deutlich zu niedrig. Ferner ist die Messdauer aufgrund der mechanischen Spiegeländerung recht lang, so dass es zu einer artifiziellen Verbreiterung des gemessenen Spektrums kommt. Es sei jedoch angemerkt, dass eine Methode existiert, bei der durch Messreihen mit unterschiedlichen Abtastraten des *scanning-FPI*s und einer anschließenden umfangreichen Datenauswertung eine Entfaltung des FPI-Transmissions- und Laserspektrums möglich ist [Kim+99].

Ein deutlich höheres Auflösungsvermögen bieten Methoden basierend auf homodyner respektive heterodyner Detektion, bei denen das Spektrum der Schwebung (*beating*) zweier Lichtfelder bestimmt wird. Einen Überblick der gebräuchlichsten Verfahren findet sich beispielsweise in [ISS95; ZMG08]. Prinzipiell wird bei diesen Methoden das Licht eines Lasers zunächst aufgeteilt, siehe auch Abbildung 4.2. Bei der selbst-homodynen Detektion wird ein Teil zeitlich verzögert (*delayed self-homodyne beating*, DSHO) sowie im Fall der selbst-heterodynen Detektion zusätzlich frequenzverschoben (*delayed self-heterodyne beating*, DSHT), bevor beide Teile wieder zusammengeführt werden. Die Schwebung wird dann mittels einer schnell-

³ Die tatsächliche Bandbreite hängt von der Kapazität der Laserdiode ab. So konnte mit einer 860 nm-Laserdiode eine Modulationsfrequenz von 150 MHz gemessen werden.

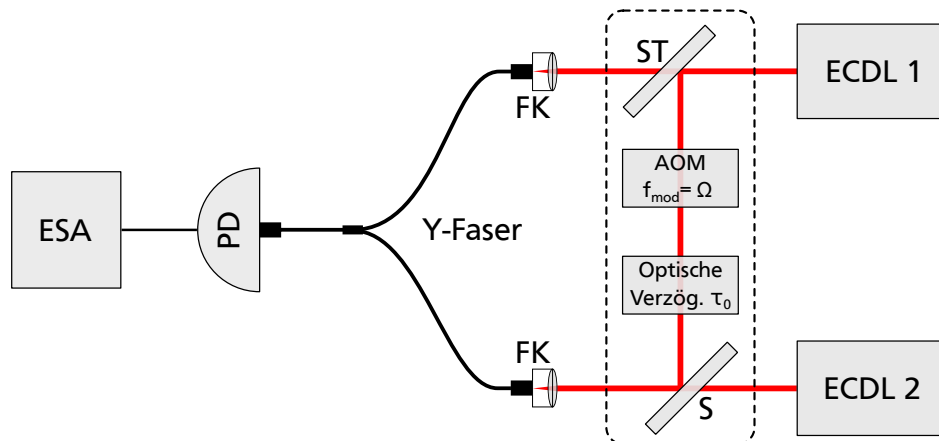


Abb. 4.2: Schematische Darstellung verschiedener Methoden zur Bestimmung der Laser-Linienbreite basierend auf der Analyse eines Schwebungsspektrums. Im Fall heterodyner Detektion werden die Lichtfelder von ECDL 1 und 2 mittels einer Y-Faser überlagert. Bei der DSHO/T-Methode werden die Komponenten in der gestrichelten Box verwendet. Dabei teilt ein Strahlteiler (ST) das Licht von ECDL 1 in zwei Pfade. Ein Pfad enthält eine optische Verzögerungsstrecke und im Fall der DSHT-Methode einen akustooptischen Modulator (AOM). In allen Konfigurationen dient eine schnelle Photodiode (PD) in Verbindung mit einem elektrischen Spektrumanalysator zur Aufnahme des Schwebungsspektrums.

len Photodiode detektiert und durch einen ESA ausgewertet. Die resultierenden Schwebungsspektren sind stark von der Länge der Verzögerungsstrecke relativ zur Kohärenzlänge des zu untersuchenden Lasers abhängig. So ist im Fall einer kurzen Verzögerung eine Korrelation der überlagerten Lichtfelder vorhanden, die zu einer periodischen Struktur und einer Delta-Spitze im Spektrum führt, siehe Abbildung 4.3. Es ist allerdings auch dann möglich, die Linienbreite und das Spektrum zuverlässig zu ermitteln [Ric+86; Lud94]. Einzelheiten dazu folgen in Abschnitt 4.3.

Um eine Korrelation der Lichtfelder vollständig auszuschließen, besteht ferner auch die Möglichkeit die Lichtfelder zweier unabhängiger Laser zu überlagern (heterodyne Detektion, *heterodyne beating*). Dabei unterliegt jedoch der Schwerpunkt der Schwebungsfrequenz einer permanenten Änderung aufgrund der Frequenzdrift der Laser, wodurch die Datenaufnahme erschwert wird.

Es sei noch erwähnt, dass es darüber hinaus auch möglich ist, direkt das vollständige Spektrum der Leistungsdichte des Frequenzrauschens zu ermitteln. Üblicherweise wird dazu die Emissionsfrequenz des Lasers auf die Flanke der Absorptionslinie eines Gases gestimmt. Die Frequenzfluktuationen des Lasers werden nun durch die Absorptionslinie in Intensitätsschwankungen transformiert. Aus der Messung dieser

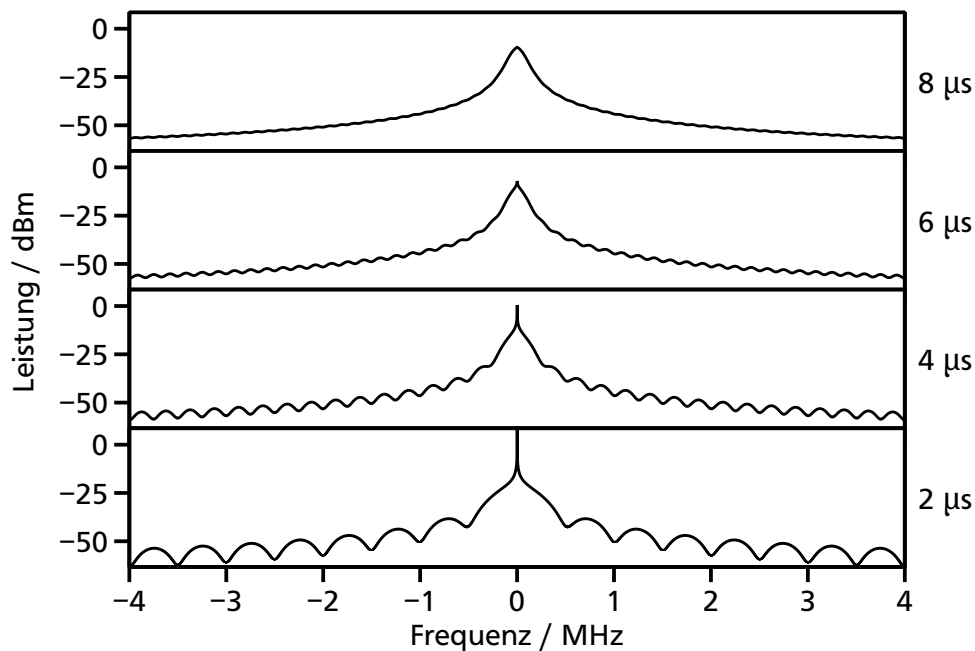


Abb. 4.3: Berechnete Schwebungsspektren der DSHO/T-Methode für verschiedene Verzögerungszeiten. Die der Rechnung zugrunde liegende Kohärenzzeit des Lasers beträgt $\tau_l = 5 \mu\text{s}$. Bei relativ zu τ_l kurzer Verzögerung treten periodische Strukturen sowie eine Delta-Spitze in Erscheinung.

Schwankungen mittels eines schnellen Detektors sowie eines Spektrumanalysators resultiert das Leistungsspektrum des Frequenzrauschens [Tom+12b]. Daraus lässt sich die Linienbreite und das Spektrum berechnen [DST10].

4.2 Heterodyne Messung

Zunächst wurde eine heterodyne Messung mit zwei identischen ECDLs durchgeführt. Dabei entspricht der Aufbau der ECDLs der Beschreibung aus Abschnitt 3.2.1. Beide ECDLs sind mit den erforderlichen Komponenten zur Stabilisierung mittels des PCL-Verfahrens ausgestattet. Der experimentelle Aufbau zur heterodyn Detektion ist in Abbildung 4.2 dargestellt. Die Komponenten innerhalb des gestrichelten Bereichs werden dabei nicht verwendet. Als schnelle Photodiode diente eine Lawinenphotodiode (*avalanche photodiode*, APD) vom Typ SAR500S3 des Herstellers Laser Components⁴. Zur Überlagerung der Lichtfelder wurde die Faser FC830-50B-FC von Thorlabs verwendet. Es handelt sich dabei um eine X-Faser, wobei der für die

⁴ LASER COMPONENTS GmbH, Olching, <http://www.lasercomponents.com>

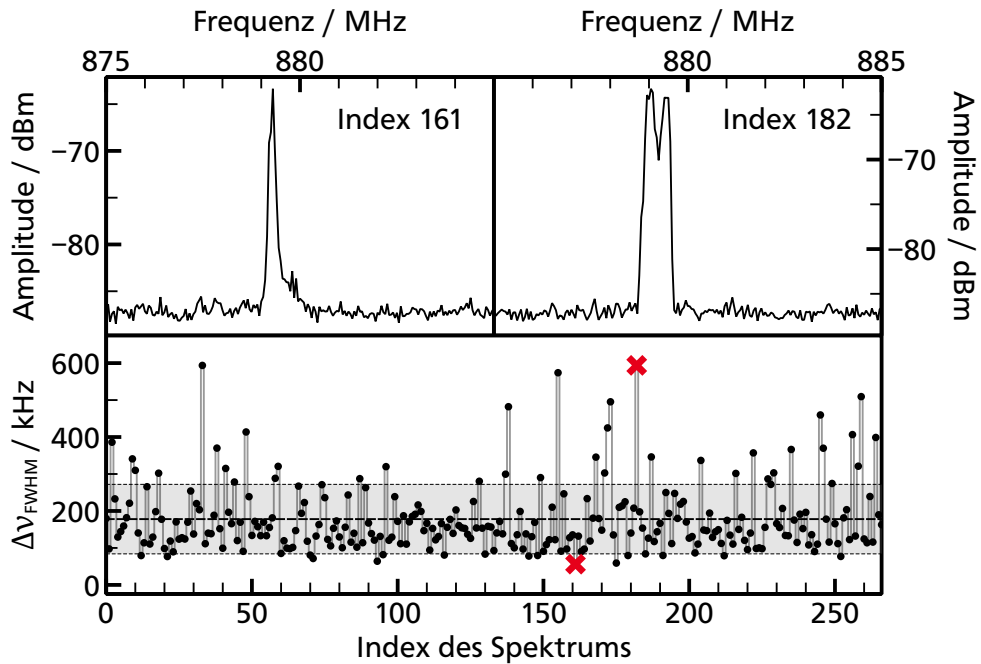


Abb. 4.4: Der untere Teil der Abbildung zeigt die aus den Schwebungsspektren der heterodyn Detektion ermittelten Linienbreiten $\Delta\nu_{FWHM}$ über dem fortlaufenden Index des jeweiligen Schwebungsspektrums. Bei den dargestellten Daten handelt es sich exemplarisch um Messreihe 3, siehe auch Tabelle 4.1, mit aktiviertem PCL-Verfahren. Das arithmetische Mittel sowie die Standardabweichung der gemessenen Linienbreiten werden durch die gestrichelten Linien visualisiert. Die roten Kreuze heben die im oberen Teil der Abbildung dargestellten Spektren mit minimaler respektive maximaler Linienbreite hervor.

heterodyne Messung nicht benötigte Ausgang zur Kontrolle der Einkopplung verwendet wurde. Das Schwebungsspektrum wurde mit dem bereits vorgestellten ESA aufgenommen.

Bei der Messung der Schwebung konnte das PCL-Verfahren der beiden ECDLs unabhängig voneinander aktiviert werden. Eine absolute Stabilisierung auf eine Referenzwellenlänge wurde jedoch nicht durchgeführt, um jeglichen Einfluss eines weiteren Regelkreises auf die gemessenen Spektren auszuschließen. Allerdings konnten dadurch die Wellenlängen der ECDLs gegeneinander wandern, so dass auch der Schwerpunkt der Schwebungsfrequenz deutlichen Schwankungen von bis zu etwa 34 MHz/s unterlag. Aufgrund der Messdauer (*sweeptime*) des ESAs von 300 ms führen diese Frequenzdrifts je nach Amplitude der Schwankungen zu einer Verbreiterung des Spektrums. Aus diesem Grund weisen Spektren aus mehreren Einzelmessungen

Tab. 4.1: Basierend auf der Methode der heterodynen Detektion ermittelte Halbwertsbreiten $\Delta\nu_{\text{FWHM}}$ der Schwebungsspektren. Angegeben ist jeweils das arithmetische Mittel aus den Spektren einer Messreihe mit der zugehörigen Standardabweichung, sowie die prozentuale Verringerung der Linienbreite durch das PCL-Verfahren. Eine Messreihe beinhaltet Messungen mit aktiviertem respektive deaktiviertem PCL, wobei die Umschaltzeit so gering wie möglich gehalten wurde. Sie ist daher als zeitlich zusammengehörige Einheit zu verstehen. Zwischen den einzelnen Messreihen liegen mehrere Stunden. Die Angabe zum Status des PCL-Verfahrens bezieht sich stets auf beide ECDLs.

Messreihe		1	2	3
PCL aktiviert	Anzahl der Spektren	379	322	267
	$\Delta\nu_{\text{FWHM}}/\text{kHz}$	187 ± 106	184 ± 106	178 ± 94
PCL deaktiviert	Anzahl der Spektren	100	231	323
	$\Delta\nu_{\text{FWHM}}/\text{kHz}$	207 ± 120	200 ± 105	188 ± 111
Gesamtanzahl der Spektren		479	553	590
Verringerung durch PCL		10 %	8 %	5 %

sungen stark unterschiedliche Halbwertsbreiten auf, wie der obere Teil von Abbildung 4.4 zeigt. Um trotz dieser Einschränkungen eine Aussage über den Einfluss des aktiven Stabilisierungsverfahrens auf die Linienbreite des ECDLs treffen zu können, wurde eine statistische Evaluation einer großen Anzahl von Spektren durchgeführt.

Dazu wurde der ESA mit Hilfe eines in LabView implementierten Programms fortlaufend ausgelesen. Das Ergebnis einer solchen Messreihe ist exemplarisch im unteren Teil von Abbildung 4.4 dargestellt. Darüber hinaus sind die Spektren mit der innerhalb der Messreihe ermittelten niedrigsten respektive höchsten Linienbreite dargestellt. Trotz der Fähigkeit des ESAs, den Messbereich zur Kompensation von Drifts automatisch nachzuführen, wanderte das Schwebungsspektrum nach einer gewissen Zeit aus dem Messbereich und die Messung musste abgebrochen werden. Um dies zu vermeiden und möglichst viele Spektren hintereinander messen zu können, wurde ein im Vergleich zur Linienbreite großer Messbereich von 20 MHz gewählt. Auf diese Weise konnten mehrere Messreihen mit bis zu 379 seriell aufgenommenen Einzelmessungen durchgeführt werden, siehe Tabelle 4.1. Im Mittel über aller Spektren einer Messreihe ergibt sich jeweils mit aktiviertem PCL-Verfahren eine Verkleinerung der Halbwertsbreite der Schwebung von bis zu 10 %. Die große Standardabweichung der Mittelwerte beruht dabei auf den starken Schwankungen aufgrund der langsamen *sweeptime* des ESAs. Es sei deutlich darauf hingewiesen, dass die Ergebnisse der

heterodyn Messung aufgrund dieser großen Standardabweichungen lediglich eine Tendenz erkennen lassen. Ein negativer Einfluss des Stabilisierungsverfahrens, der zu einer starken Verbreiterung der ECDL-Linienbreite führt, lässt sich allerdings an dieser Stelle bereits ausschließen.

4.3 Selbst-heterodyne Messung

Um die Auswirkungen des Stabilisierungsverfahrens auf die Linienbreite und das Spektrum des ECDLs mit höherer Genauigkeit zu bestimmen, wurde die DSHT-Methode experimentell implementiert [FW11a]. Diese Messung erlaubt neben einer quantitativ genaueren Angabe der Halbwertsbreite auch eine qualitative Analyse der Beiträge einzelner spektraler Komponenten zur Gesamtlinienbreite.

Der experimentelle Aufbau ist in Abbildung 4.2 dargestellt, wobei die Komponenten innerhalb des gestrichelten Kastens sowie lediglich ECDL 1 verwendet wurden. Die optische Verzögerung wurde mit einer etwa 400 m langen Faser SM800-5.6-125 von Thorlabs realisiert und stellt somit im Vergleich zur Kohärenzlänge des Lasers eine kurze Strecke dar. Wie in Abschnitt 4.1 bereits erläutert und in Abbildung 4.3 dargestellt, sind daher aufgrund der Korrelation der beiden Lichtfelder periodische Strukturen im Spektrum zu erwarten. Eine Messung der Verzögerungszeit τ_0 der Faser basierend auf einer Zwei-Photonen-Koinzidenzmessung [SÖ6; Pet06] ergab $\tau_0 = 1,741 \mu\text{s} \pm 5 \text{ ns}$. Der zeitverzögerte Lichtstrahl wird zusätzlich mit Hilfe eines akustooptischen Modulators (AOM) vom Typ 23080-2 des Herstellers Neos Technologies⁵ um 80 MHz frequenzverschoben. Im Vergleich zur heterodyn Detektion mit zwei Lasern ist die Schwerpunktsfrequenz der Schwebung dadurch bei der AOM-Frequenz fixiert. Als schnelle Photodiode wurde der Detektor 1801 der Marke New Focus⁶ verwendet. Dieser besitzt eine Bandbreite von 25 kHz bis 125 MHz bei einer optisch-elektrischen Verstärkung von $4 \times 10^{-4} \text{ V/W}$. Abweichend zu den heterodyn Messungen mit zwei ECDLs wurde als ESA der RSA6114A von Tektronix⁷ verwendet, der über eine deutlich höhere Auflösung verfügt und echtzeitfähig ist.

Um die Linienbreite und die spektrale Zusammensetzung des ECDLs zu erhalten, wird ein theoretisches Modell der Schwebung an die gemessenen DSHT-Spektren angepasst [FW11b]. Dieses Modell soll im Folgenden erläutert werden.

⁵ NEOS Technologies Inc., Melbourne, FL, USA, <http://www.neostech.com>, gehört seit 2000 zu Gooch & Housego LLC, Orlando, FL, USA, <http://www.goochandhousego.com>

⁶ New Focus™, ehemals eine Marke von Oclaro, Inc., San Jose, CA, USA, gehört seit 2009 zu Newport, Irvine, CA, USA, <http://www.newport.com>.

⁷ Tektronix Inc., Beaverton, Oregon, USA, <http://www.tek.com/>

4.3.1 Theoretisches Modell des Schwebungsspektrums

Die Vorgehensweise zur Modellierung der Schwebung basiert analog zu der in Unterkapitel 2.2.2 präsentierten Herleitung des Laserspektrums auf der Berechnung der mittleren quadratischen Abweichung der Phasenänderung $\langle \Delta \phi^2(\tau) \rangle$. Diese lässt sich für das Schwebungsspektrum aus dem Leistungsspektrum der Frequenzfluktuationen $S_{\dot{\phi}}(\omega')$ für eine bestimmte Verzögerungszeit τ_0 berechnen [GD84; KO85; Mer91]

$$\langle \Delta \phi^2(\tau) \rangle_s = \frac{8}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \sin^2 \left(\frac{\omega' \tau}{2} \right) \sin^2 \left(\frac{\omega' \tau_0}{2} \right) S_{\dot{\phi}}(\omega') \frac{d\omega'}{\omega'^2}, \quad (4.1)$$

vergleiche auch Gleichung (2.13). Der Hauptunterschied zwischen den Gleichungen besteht dabei in dem zweiten Sinus-Quadrat-Term, der zu einer Hochpass-Filterung des Spektrums der Frequenzfluktuationen bei kurzen Verzögerungszeiten führt. Dieser Effekt wird folglich durch die beschriebene Modellierung inkludiert, so dass die basierend auf der Datenanpassung berechneten Linienbreiten nicht korrigiert werden müssen. Dies ist beispielsweise bei Linienbreitenmessungen mit einem *scanning-FPI* der Fall [OH83].

Zur Beschreibung des Leistungsspektrums der Frequenzfluktuationen

$$S_{\dot{\phi}}(\omega) = k_0 + \frac{k_1}{\omega} + \frac{k_2}{\omega^2} \quad (4.2)$$

wird der in Gleichung (2.18) vorgestellte Ansatz bestehend aus weißem und $1/f$ -Rauschen um $1/f^2$ -Rauschen⁸ erweitert. Die Faktoren k_i repräsentieren dabei die Gewichtungsfaktoren für die einzelnen Rauschtypen.

Wie in Abschnitt 2.2.2 bereits erläutert, entspricht das Spektrum nach dem Wiener-Chintschin-Theorem der Fouriertransformierten der Autokorrelationsfunktion $\Gamma(\tau)$ des elektrischen Feldes, siehe Gleichung (2.11). Im Fall der DSHT-Methode muss $\Gamma(\tau)$ noch um die Frequenzverschiebung aufgrund des AOMs und etwaige Amplitudenunterschiede in den einzelnen Faser-Ästen erweitert werden. Die gesamte Autokorrelationsfunktion der Schwebung für die DSHT-Methode lautet [GD84; Mer91]

$$\Gamma_{\text{DSHT}}(\tau) = E_0^4 \left[(1 + \alpha^2)^2 + 2\alpha^2 \cos(\Omega\tau) \cdot \Gamma_s(\tau) \right] \quad (4.3)$$

mit der nicht frequenzverschobenen Autokorrelationsfunktion der Schwebung

$$\Gamma_s(\tau) = \exp \left(-\frac{1}{2} \langle \Delta \phi^2(\tau) \rangle_s \right), \quad (4.4)$$

⁸ $1/f^2$ -Rauschen wird auch als rotes Rauschen, braunes Rauschen oder brownisches Rauschen bezeichnet.

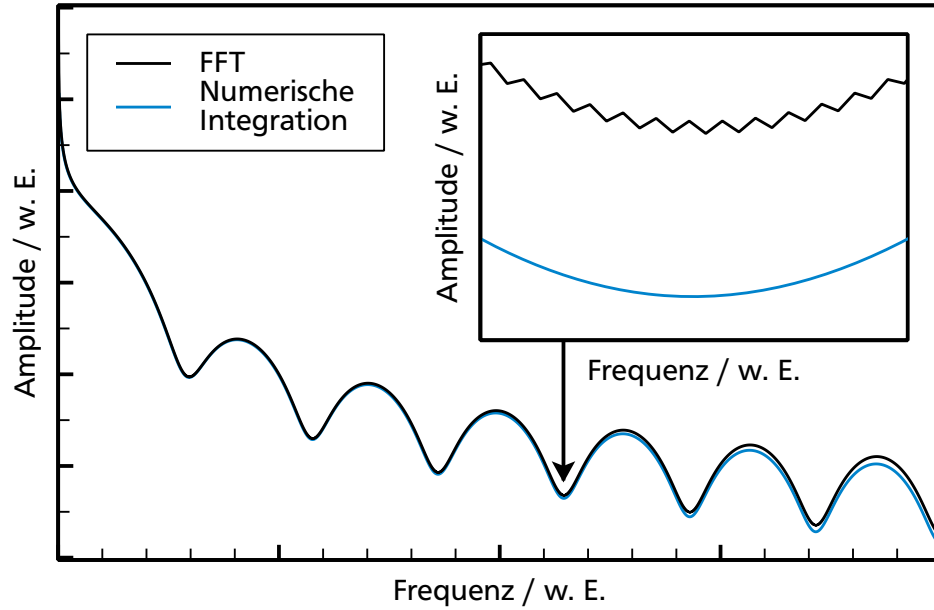


Abb. 4.5: Auf Basis der Fouriertransformation (FT) von Gleichung (4.4) berechnetes einseitiges Schwebungsspektrum. Trotz der großen Anzahl von 16.000 Datenpunkten in der Zeitdomäne weist die mit einer FFT durchgeführten FT Artefakte auf und weicht mit steigender Frequenz zunehmend von der mittels numerischer Integration gewonnenen FT ab.

der elektrischen Feldamplitude E_0 , dem Faktor zur Beschreibung des Amplitudenverhältnisses in der Faser α sowie der Frequenzverschiebung Ω aufgrund des AOMs.

Um nun $\Gamma_{\text{DSHT}}(\tau)$ zu erhalten, muss das Integral (4.1) berechnet werden. Dabei ist es vorteilhaft, Gleichung (4.1) entsprechend der Rauschkomponenten $S_{\phi}(\omega)$ als Summe dreier Integrale aufzufassen. Dadurch lässt sich die Autokorrelationsfunktion ebenfalls in drei Komponenten zerlegen

$$\Gamma_S(\tau) = \Gamma_{S,\text{Weiß}}(\tau) \cdot \Gamma_{S,\text{Rosa}}(\tau) \cdot \Gamma_{S,\text{Rot}}(\tau). \quad (4.5)$$

Die Berechnung der Integrale ist dabei analytisch möglich. Die Lösungen für weißes sowie rosa Rauschen finden sich beispielsweise in [Mer91] und sind in Tabelle 4.2 wiedergegeben. Soweit dem Autor bekannt ist, wurde der spektrale Einfluss des roten Rauschens auf das Emissionsspektrum eines ECDLs sowie das zugehörige DSHT-Schwebungsspektrum bisher nicht untersucht.

Das Integral in Gleichung (4.1) wurde nun für die einzelnen Rauschtypen mit Hilfe von Mathematica analytisch berechnet. Durch Einsetzen der Lösungen in Gleichung (4.4) folgt

$$\Gamma_{S, \text{Weiß}}(\tau) = \begin{cases} \exp(-k_0|\tau|), & \text{wenn } \tau < \tau_0, \\ \exp(-k_0\tau_0), & \text{wenn } \tau \geq \tau_0 \end{cases} \quad (4.6a)$$

$$\Gamma_{S, \text{Rosa}}(\tau) = |\tau + \tau_0|^{-k_1/(2\pi)|\tau + \tau_0|^2} |\tau - \tau_0|^{-k_1/(2\pi)|\tau - \tau_0|^2} \tau^{(k_1/\pi)\tau^2} \tau_0^{(k_1/\pi)\tau_0^2} \quad (4.6b)$$

$$\Gamma_{S, \text{Rot}}(\tau) = \exp \left[\frac{k_2}{6} \left(\tau^3 + \tau_0^3 - \frac{1}{2} (\tau + \tau_0)^3 - \frac{1}{2} (\tau - \tau_0)^3 \right) \right]. \quad (4.6c)$$

Da die Autokorrelationsfunktion jeder Rauschkomponente nun bekannt ist, besteht der nächste Schritt in der Fouriertransformation von $\Gamma_{\text{DSHT}}(\tau)$. Diese lässt sich allerdings nur für rein weißes Rauschen analytisch durchführen. Zur Berechnung des Schwebungsspektrums für alle Rauschtypen ist daher die Anwendung einer numerischen Integration oder einer schnellen Fourier-Transformation (*fast fourier transform*, FFT) nötig. Die Applikation einer FFT führt jedoch aufgrund der Diskretisierung und des endlichen Zeitfensters zu Fehlern im errechneten Spektrum, siehe Abbildung 4.5. Es sei darauf hingewiesen, dass die Abbildung an dieser Stelle lediglich die Defizite der FFT verdeutlichen soll und daher keine Parametrisierung angegeben wird.

Angesichts der dargestellten Gründe wird zur Berechnung der Spektren folglich eine numerische Integration basierend auf einer Funktion⁹ der Programmbibliothek GSL¹⁰ durchgeführt. Dabei stellte sich heraus, dass speziell im Fall des rosa Rauschens die Berechnung des in Gleichung (4.6b) angegebenen Integranden $\Gamma_{S, \text{Rosa}}(\tau)$ numerisch sehr instabil ist. Es ist jedoch möglich, durch Äquivalenzumformungen zu einer robusten Form der Autokorrelationsfunktion zu gelangen:

$$\Gamma_{S, \text{Rosa}, 2}(\tau) = \exp \left(-k'_1 \tau \left(\frac{\tau_0}{x} \log(x^2 - 1) - 2\tau \operatorname{artanh} \left(\frac{1}{2x^2 - 1} \right) + 4\tau_0 \operatorname{artanh} \left(\frac{1}{x} \right) \right) \right) \equiv \Gamma_{S, \text{Rosa}}(\tau). \quad (4.7)$$

Dabei ist $x = \tau/\tau_0$, $k'_1 = k_1/(2\pi)$ sowie

$$\operatorname{artanh}(x) = \frac{1}{2} \ln \frac{1+x}{1-x} \quad (4.8)$$

der Areatangens Hyperbolicus. Da dieser lediglich für $|x| < 1$ definiert ist, muss bei der Berechnung der Autokorrelationsfunktion für $\tau \leq \tau_0$ die Form $\Gamma_{S, \text{Rosa}}(\tau)$

⁹ Die verwendete Funktion `gsl_integration_qawf` dient der Berechnung von Fourier-Integralen mittels eines adaptiven Verfahrens.

¹⁰ **GNU scientific library**, Version 1.15, <http://www.gnu.org/software/gsl/>

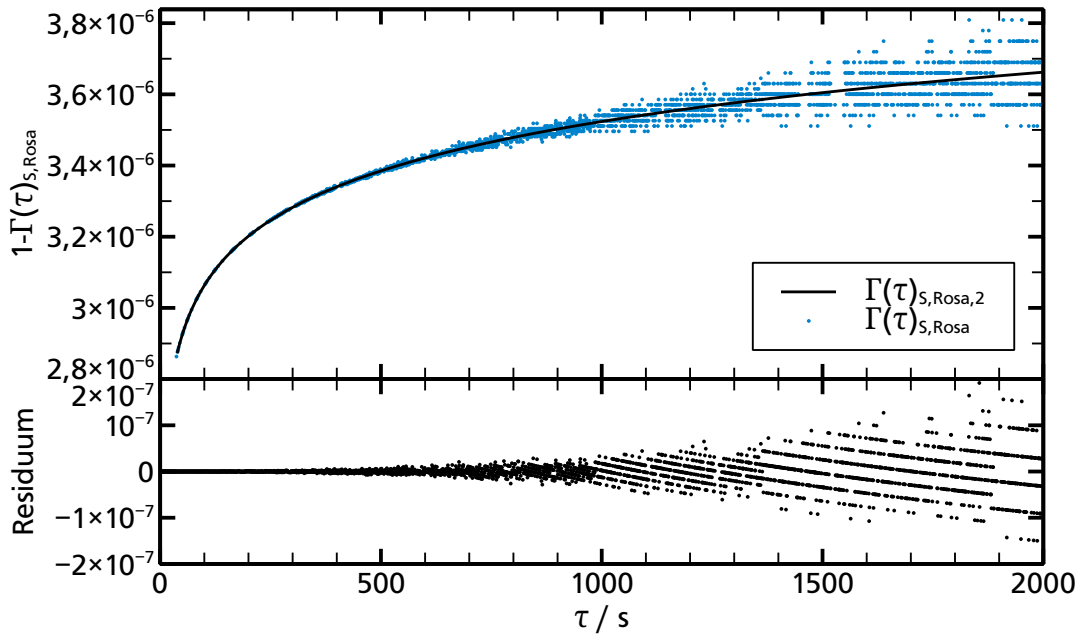


Abb. 4.6: Vergleich der beiden äquivalenten Darstellungen der in Gleichung (4.6b) sowie (4.7) definierten Autokorrelationsfunktion des rosa Rauschens bezüglich ihrer numerischen Stabilität. Aufgetragen ist jeweils $1 - \Gamma_{S,Rosa}(\tau)$. Die Berechnung wurde mit Mathematica durchgeführt. Für weitere Erläuterungen siehe Text.

aus Gleichung (4.6b) verwendet werden. In diesem Bereich ist die Funktion numerisch stabil. Bei der in Gleichung (4.7) gegebenen Darstellung der Autokorrelationsfunktion wird das Auftreten sehr großer und kleiner Werte aufgrund von Termen der Form x^{x^2} sowie x^{-x^2} unterdrückt. Ein visueller Vergleich beider Varianten von $\Gamma_{S,Rosa}(\tau)$ erfolgt in Abbildung 4.6. Diese wurde exemplarisch mit der Parametrisierung $k_1 = 10(\text{rad/s})^3/\text{Hz}$ und $\tau_0 = 1 \times 10^{-4} \text{ s}$ mittels der Software Mathematica berechnet. Da die Werte von $\Gamma_{S,Rosa}(\tau)$ sehr nahe bei Eins liegen, ist zur besseren Darstellung jeweils die Differenz $1 - \Gamma_{S,Rosa}(\tau)$ aufgetragen.

Um die Auswirkungen der einzelnen Rauschtypen zu demonstrieren, sind in Abbildung 4.7 exemplarisch Schwebungsspektren mit unterschiedlichen Anteilen der jeweiligen Rauschkomponenten dargestellt. Für die Berechnung wurde $E_0 = 1 \text{ V/m}$, $\alpha = 1$, $\Omega = 80 \text{ MHz}$ sowie $\tau_0 = 1,74 \mu\text{s}$ gesetzt. Die Parametrisierung der jeweiligen Faktoren k_i entspricht den in der Abbildung angegebenen Werten. Die Auswirkung der einzelnen Rauschtypen ist dabei deutlich zu erkennen. Bei rein weißem Rauschen befindet sich die Spitze einer diracschen Delta-Funktion bei der Modulationsfrequenz. Diese wird durch das rosa Rauschen sowie das rote Rauschen auf unter-

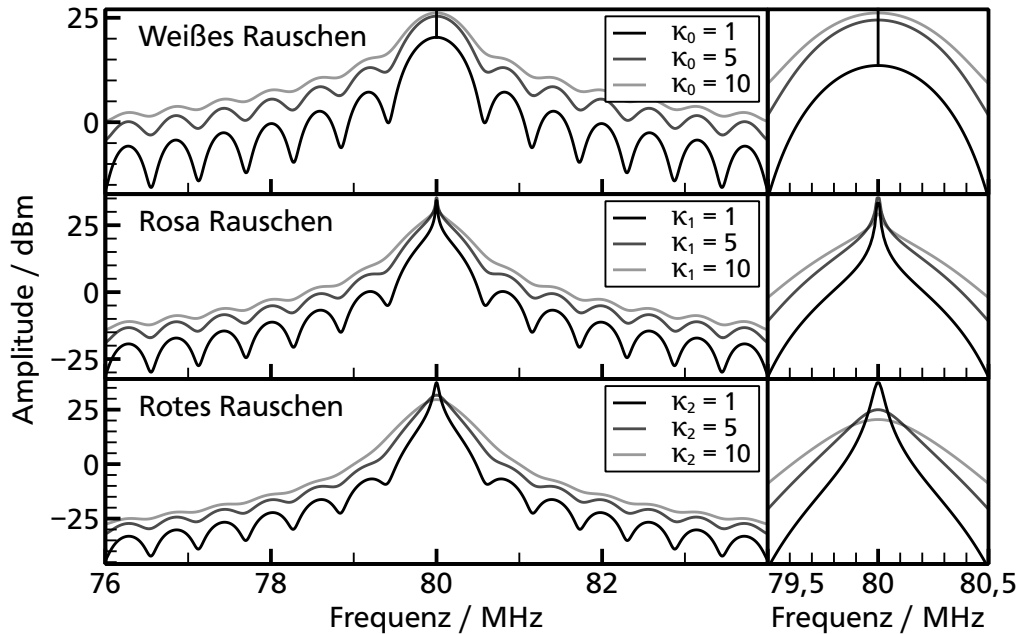


Abb. 4.7: Visueller Vergleich berechneter Schwebungsspektren der DSHT-Methode für jeweils rein weißes, rosa und rotes Rauschen mit verschiedenen Faktoren $k_i = \kappa_i \times 10^{(6(i+1)-1)} (\text{rad/s})^{i+2} / \text{Hz}$ in semilogarithmischer Darstellung. Die unterschiedlichen Einflüsse der jeweiligen Rauschtypen manifestieren sich vor allem in der Form der zentralen Spitze, die jeweils im rechten Bereich vergrößert dargestellt ist. Die Spektren sind entsprechend der AOM-Frequenz von 80 MHz verschoben.

schiedliche Arten verbreitert. Zusätzlich ist beim roten Rauschen die Frequenzabhängigkeit der Modulationstiefe der periodischen Schwankungen besonders ausgeprägt. So ist die Tiefe umso geringer, desto näher sich ein Tal bei der Modulationsfrequenz Ω befindet.

4.3.2 Theoretisches Modell des optischen Spektrums

Durch die im vorherigen Abschnitt präsentierte Modellierung des Schwebungsspektrums ist es nun möglich, mittels einer Datenanpassung die Gewichtungsfaktoren der einzelnen Rauschtypen k_i zu bestimmen. Dabei führen die deutlich unterschiedlichen Auswirkungen der Rauschtypen auf das Spektrum zu geringen Korrelationen der Faktoren bei der Datenanpassung. Aus diesem Grund lässt sich die spektrale Komposition des Laserspektrums mittels einer Auswertung der Schwebungsspektren der DSHT-Methode mit kurzer Verzögerung präzise ermitteln. Ein weiteres Ziel der Mes-

sung ist die Bestimmung der Linienbreite des ECDLs. Daher ist es nötig, einen Zusammenhang zwischen den Faktoren k_i und der jeweiligen Linienbreite zu ermitteln. Dies soll im Folgenden geschehen.

Die Vorgehensweise zur Berechnung des Spektrums wurde in Abschnitt 2.2.2 bereits erläutert. Ausgangspunkt ist die Berechnung der Autokorrelationsfunktion $\Gamma(\tau)$, siehe Gleichung (2.12). Dazu ist es erforderlich, das Integral (2.13) zu lösen. Im Fall von weißem Rauschen konvergiert dieses Integral und die Fouriertransformation resultiert in einer Lorentz-Verteilung mit der Halbwertsbreite $\Delta\nu_{\text{FWHM, Weiß}} = k_0/(2\pi)$. Für rosa und rotes Rauschen jedoch divergiert das Integral. Um dieses Problem zu überwinden, werden üblicherweise die Integrationsgrenzen entsprechend der experimentellen Details angepasst. Wie bereits erwähnt bewirkt beispielsweise die Messdauer τ_{fp} bei einem *scanning*-FPI eine Hochpassfilterung des Rauschspektrums mit der Grenzfrequenz $1/\tau_{\text{fp}}$ [KO85]. Folglich wird die inverse maximale(minimale) Messdauer bei der Integration über ω' als untere(obere) Grenze verwendet [OH83]. Allgemein ist die kleinste Frequenz und somit das untere Integrationslimit gegeben durch die inverse Autokorrelationszeit $1/\tau$ [St05]:

$$\langle \Delta\phi^2(\tau) \rangle = \frac{4}{\pi} \int_{(2\pi)/\tau}^{\infty} \sin^2\left(\frac{\omega'\tau}{2}\right) S_{\phi}(\omega') \frac{d\omega'}{\omega'^2}. \quad (4.9)$$

Dieser Ansatz wurde verwendet, um die Varianz der Phase für rosa und rotes Rauschen sowie die daraus resultierende jeweilige Autokorrelationsfunktion $\Gamma(\tau)$ zu berechnen. Durch die Fouriertransformation von $\Gamma(\tau)$ lässt sich ferner das jeweilige Spektrum $S(\omega)$ ermitteln. Die Ergebnisse sind in Tabelle 4.2 zusammengefasst. Für das aus Platzgründen in der Tabelle nicht enthaltene Spektrum des roten Rauschens $S_{\text{Rot}}(\omega)$ gilt

$$S_{\text{Rot}}(\omega) = -\frac{4\pi^2}{a^2} \left[9\omega^2 {}_1F_4\left(1; \frac{2}{3}, \frac{5}{6}, \frac{7}{6}, \frac{4}{3}; -\frac{\pi^4\omega^6}{a^4}\right) + a\sqrt{6|\omega|} \cdot \left(-\text{ber}_{-\frac{1}{3}}\left(\frac{b}{3a}\right) + \text{ber}_{\frac{1}{3}}\left(\frac{b}{3a}\right) + \text{bei}_{-\frac{1}{3}}\left(\frac{b}{3a}\right) - \text{bei}_{\frac{1}{3}}\left(\frac{b}{3a}\right) \right) \right] \quad (4.10)$$

mit

$$a = 3 \left(k_2(2\pi \text{Si}(2\pi) - \pi^2 + 1) \right)^{1/2}$$

$$b = 4\pi|\omega|^{3/2}.$$

Dabei ist ${}_pF_q(a_1, \dots, a_p; b_1, \dots, b_q; z)$ eine verallgemeinerte geometrische Reihe, die sog. hypergeometrische Funktion, siehe beispielsweise [PWZ96, S. 35], $\text{ber}_\nu(x)$ und

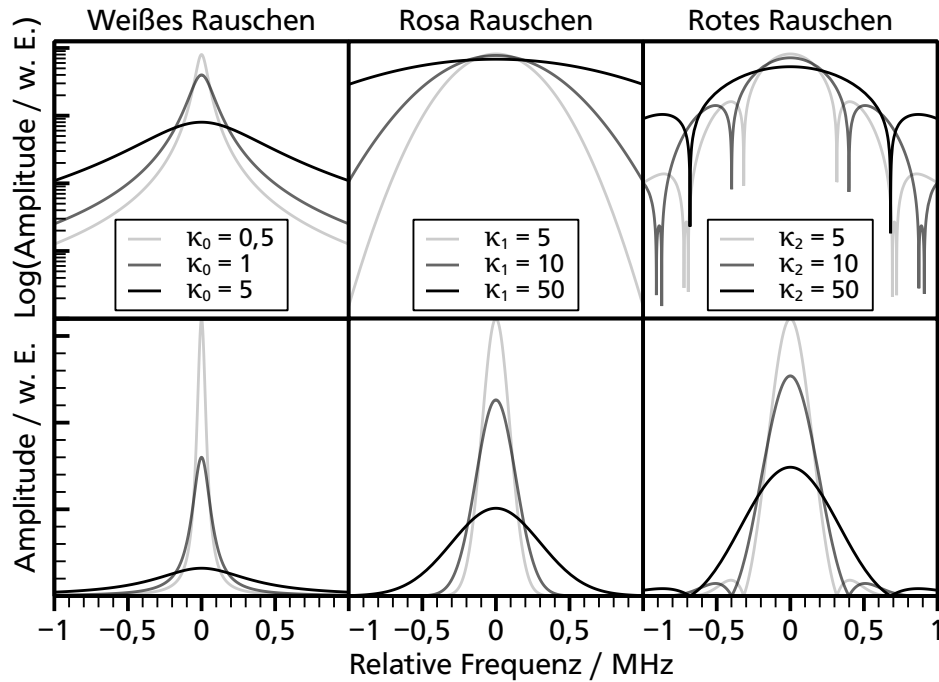


Abb. 4.8: Visueller Vergleich berechneter Linienprofile für jeweils rein weißes, rosa und rotes Rauschen mit verschiedenen Faktoren $k_i = \kappa_i \times 10^{(7(i+1)-1)} (\text{rad/s})^{i+2} / \text{Hz}$ in semilogarithmischer (obere Reihe) und linearer Darstellung. Weißes Rauschen führt zu einem Lorentzprofil, rosa Rauschen zu einer Gaußfunktion. Das Spektrum des roten Rauschens weist neben einem nahezu gaußförmigen Zentralpeak symmetrische Satellitenpeaks auf. Die Spektren sind entsprechend der Lichtfrequenz ω_0 verschoben.

bei_v(x) sind der Real- respektive Imaginärteil der Besselfunktion $J_v(x \exp(3\pi i/4))$ und die Funktion $\text{Si}(x)$ ist definiert als $\text{Si}(x) = \int_0^x \sin(t)/t \, dt$.¹¹

Zur Illustration der einzelnen Linienformen sind in Abbildung 4.8 exemplarisch Spektren für alle Rauschtypen mit unterschiedlichen Faktoren k_i dargestellt. Wie zu erwarten [Mer91; GKL02] und in Abschnitt 2.2.2 bereits diskutiert, ist die Linienform aufgrund eines weißen Rauschspektrums lorentzförmig und das optische Spektrum des rosa Rauschens entspricht einem Gaußprofil. Das Spektrum aufgrund des roten Rauschens weist symmetrisch neben einem zentralen Peak zwei Satellitenlinien auf.

Basierend auf den Spektren $S(\omega)$ lässt sich die Halbwertsbreite in Abhängigkeit von k_i bestimmen. Dies ist für weißes und rosa Rauschen analytisch möglich, die Ergebnisse sind in Tabelle 4.2 angegeben. Für rotes Rauschen wurde die Halbwerts-

¹¹ Ferner ist $\text{Ci}(x)$ definiert als $\text{Ci}(x) = -\int_x^\infty \cos(t)/t \, dt$.

Tab. 4.2: Übersicht der zur Berechnung des Laser-Spektrums benötigten Autokorrelationsfunktionen $\Gamma(\tau)$, der nicht frequenzverschobenen Autokorrelationsfunktionen der Schwebung $\Gamma_s(\tau)$, der Spektren $S(\omega)$ sowie der Halbwertsbreite $\Delta\nu_{\text{FWHM}}$ als Funktion des Gewichtungsfaktors k_i des jeweiligen Rauschtyps. Für diese Tabelle gilt $\omega' = \omega - \omega_0$, $k'_1 = k_1/2\pi$, $a = |\tau + \tau_0|$ und $b = |\tau - \tau_0|$.

	Weißes Rauschen	Rosa Rauschen	Rotes Rauschen
$\Gamma(\tau)$	$\exp(-k_0 \tau /2)$	$\exp(-k_1\tau^2c_1/(2\pi))$ $c_1 = -\text{Ci}(2\pi)$ $\approx 0,0226$	$\exp(-k_2 \tau ^3c_2/(12\pi^2))$ $c_2 = 2\pi \text{Si}(2\pi) - \pi^2 + 1$ $\approx 0,0410$
$\Gamma_s(\tau)$	$\exp(-k_0 \tau), \tau < \tau_0$ $\exp(-k_0\tau_0), \tau \geq \tau_0$	$a^{-k'_1a^2} b^{-k'_1b^2} \tau^{2k'_1\tau^2} \tau_0^{2k'_1\tau_0^2}$	$\exp\left(\frac{k_2}{6}(\tau^3 + \tau_0^3 - \frac{a^3}{2} - \frac{b^3}{2})\right)$
$S(\omega)$	$\frac{k_0}{\omega'^2 + k_0^2/4}$	$\frac{\pi}{\sqrt{k_1c_1/2}} \exp\left(-\frac{\omega'^2}{2k_1c_1}\right)$	†
$\Delta\nu_{\text{FWHM}}$	$k_0/(2\pi)$ $\approx 0,1592(k_0)^{1/1}$	$(\log(4)k_1c_1/\pi^3)^{1/2}$ $\approx 0,0318(k_1)^{1/2}$	‡ $\approx 0,0415(k_2)^{1/3}$

† Das Spektrum $S(\omega)$ für rotes Rauschen ist aus Platzgründen separat in Gleichung (4.10) gegeben.

‡ Die Halbwertsbreite $\Delta\nu_{\text{FWHM}}$ für rotes Rauschen lässt sich lediglich numerisch berechnen.

breite auf einem äquidistanten Raster von $k_2 = 0$ bis 10^{22} mit einer Schrittweite von $\Delta k_2 = 10^{19}$ berechnet, siehe Abbildung 4.9. Um einen für jedes k_2 gültigen, einfachen Ausdruck der Halbwertsbreite $\Delta\nu_{\text{FWHM,Rot}}$ zu erhalten, wurde eine Funktion der Form $f(x) = a \cdot k_2^{1/3}$ an die numerisch gewonnenen Datenpunkte angepasst. Die spezielle Potenz von $1/3$ folgt der durch das weiße und rosa Rauschen gegebenen Systematik des Zusammenhangs zwischen Gewichtungsfaktor k_i und Halbwertsbreite. Das Ergebnis der Datenanpassung lautet

$$\Delta\nu_{\text{FWHM,Rot}} = 0,041498(k_2)^{1/3} \quad (4.11)$$

und ist ebenfalls zusammen mit den entsprechenden numerischen Darstellungen der Halbwertsbreiten für weißes und rosa Rauschen in Tabelle 4.2 aufgelistet. Es sei noch angemerkt, dass zur Ermittlung der Gesamtlinienbreite des ECDLs die Spektren der drei Rauschtypen gefaltet werden müssen. Dies ist aufgrund der speziellen analytischen Form des Spektrums $S_{\text{Rot}}(\omega)$ des roten Rauschens, siehe Gleichung (4.10), nur numerisch möglich.

Basierend auf der präsentierten mathematischen Beschreibung des Schwebungsspektrums der DSHT-Methode sowie den Zusammenhängen zwischen den Faktoren

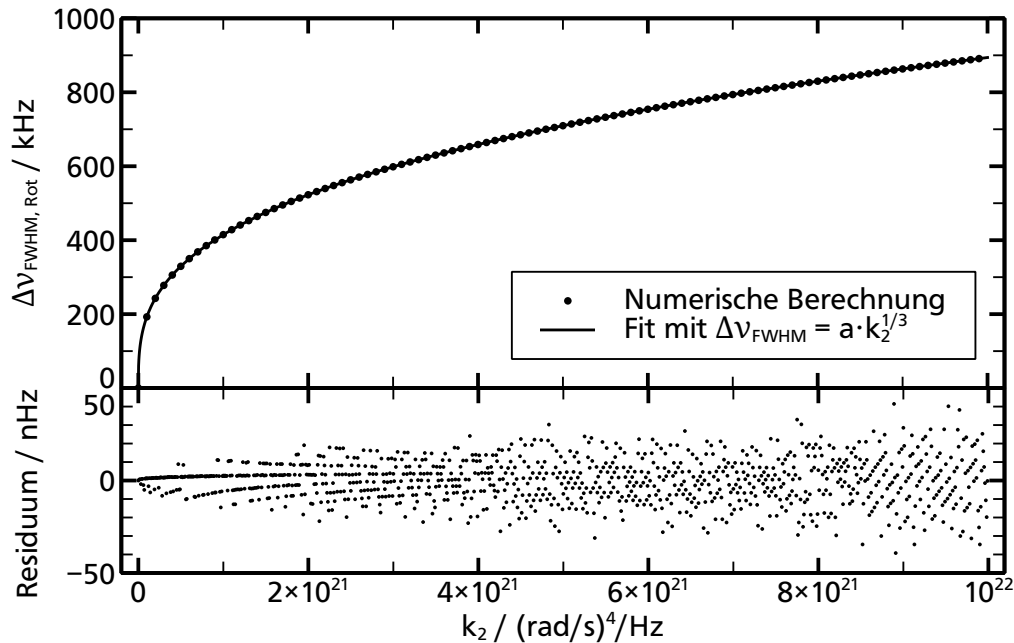


Abb. 4.9: Numerisch ermittelte Halbwertsbreite des Spektrums aufgrund von rotem Rauschen in Abhängigkeit des Faktors k_2 . Die durchgezogene Linie ist das Ergebnis der Kurvenanpassung. Zur besseren Darstellung ist im oberen Teil der Abbildung lediglich jeder zehnte numerisch ermittelte Datenpunkt eingezeichnet.

k_i und dem optischen Spektrum respektive der Linienbreite ist durch eine Datenanpassung an gemessene Schwebungsspektren die Bestimmung der Linienbreite sowie der spektralen Komposition des optischen Spektrums des ECDLs möglich. Die Ergebnisse dieser Untersuchungen werden im folgenden Abschnitt vorgestellt.

4.3.3 Experimentelle Ergebnisse

Anhand der in den folgenden Abschnitten präsentierten experimentellen Ergebnisse sollen nun die zu Beginn dieses Kapitels gestellten Fragen beantwortet werden. Dazu werden jeweils Schwebungsspektren in Abhängigkeit verschiedener experimenteller Parameter gemessen und ausgewertet.

Zur Quantifizierung der Linienbreite ist dann die Anwendung der in den beiden vorherigen Abschnitten präsentierten Modelle erforderlich. Analog zur in Abschnitt 3.2.3 beschriebenen Modellanpassung des Fehlersignals der aktiven Stabilisierung geschieht die Datenanpassung in einem zweistufigen Prozess. Dabei kommt zunächst ein evolutionärer Algorithmus zum Einsatz, um die Konvergenz zu loka-

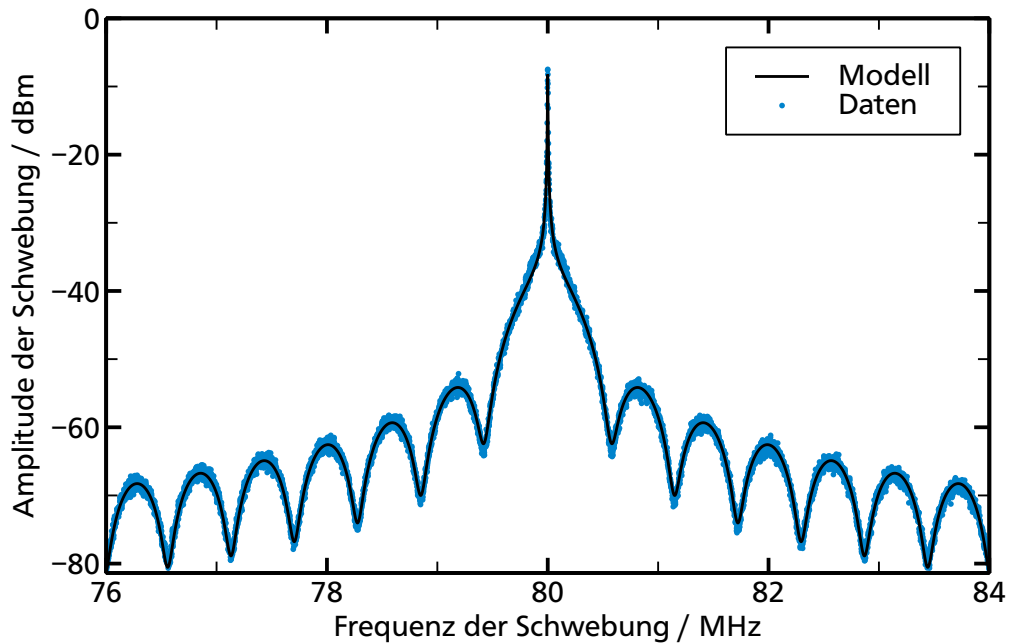


Abb. 4.10: Mit dem ESA gemessenes Schwebungsspektrum der DSHT-Methode bei einer Auflösungsbandbreite (*resolution bandwidth*) von 1 kHz zusammen mit dem entsprechenden Ergebnis der Datenanpassung. Das Spektrum besteht dabei aus 8001 Datenpunkten.

len Minima zu unterdrücken. Die Resultate dieses globalen Optimierers dienen dann als Startwerte eines klassischen Levenberg-Marquardt-Verfahrens. Die Implementierung des Modells erfolgt durch ein C-Programm, siehe Anhang E. Das Resultat einer solchen Datenanpassung an ein Schwebungsspektrum ist exemplarisch in Abbildung 4.10 dargestellt.

Abhängigkeit der Linienbreite von der externen Resonatorlänge

Zunächst wurde die Linienbreite und die spektrale Zusammensetzung des ECDLs in Abhängigkeit der externen Resonatorlänge bestimmt. Dabei wurden neben einer Referenzmessung mit deaktiviertem PCL-Verfahren mehrere Messreihen mit aktivierter PCL-Stabilisierung durchgeführt, wobei jeweils der Sollwert des Regelkreises für jede Messreihe variiert wurde. Die experimentelle Durchführung erfolgte weitestgehend automatisiert, um eine große Anzahl von Spektren zu erhalten und eine hohe Reproduzierbarkeit zu gewährleisten. Dazu wurde ein Steuerprogramm in LabView implementiert. Mit diesem Programm wurde neben der Ansteuerung des Piezo-Treibers zur Änderung der externen Resonatorlänge auch der ESA ferngesteuert und die Spek-

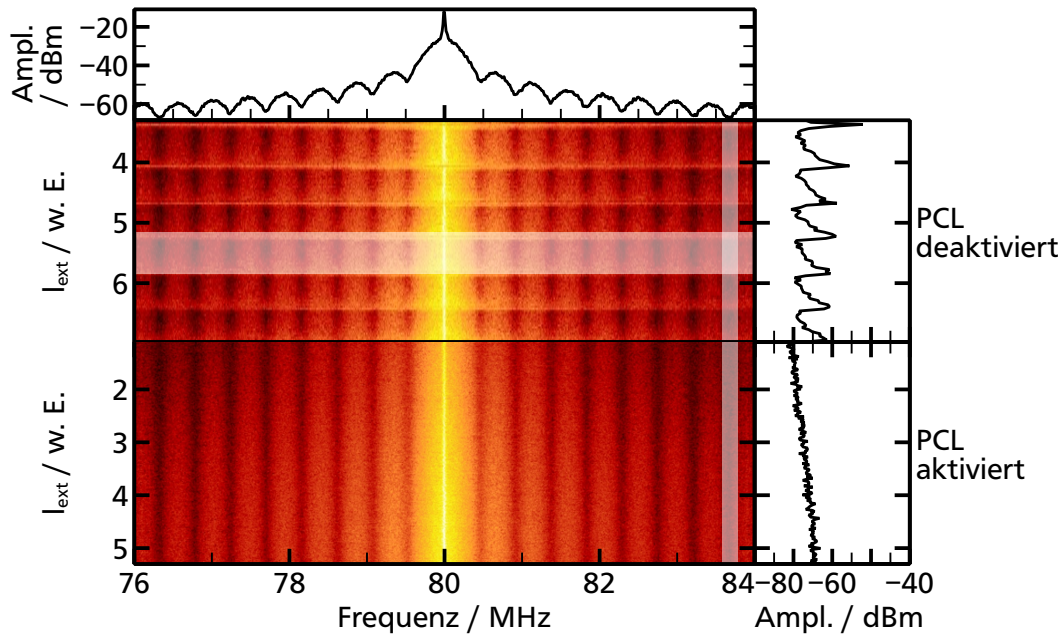


Abb. 4.11: Spektrogramm der gemessenen Schwebungsspektren in Abhängigkeit der externen Resonatorlänge l_{ext} mit aktiviertem respektive deaktiviertem PCL-Verfahren. Die hellen Linien markieren den Datenbereich für die im oberen sowie im rechten Teil der Abbildung gezeigten Schnitte. Dabei wurde über die Breite der hellen Linien gemittelt, um die Darstellung zu verbessern. Die Position des vertikalen Schnitts wurde so gewählt, dass er entlang eines Minimums der periodischen Modulation verläuft. Für weitere Erläuterungen siehe Text.

tren ausgelesen. Dabei erfolgte aufgrund der vorhandenen seriellen Schnittstelle des verwendeten Piezo-Treibers die Ansteuerung rein digital. Die Kommunikation mit dem ESA lief über die GPIB¹²-Schnittstelle, wobei die vom Hersteller bereitgestellten hardwarenahen Funktionen in komfortablere Routinen gekapselt wurden.

Für jede angesteuerte externe Resonatorlänge speichert das LabView-Programm stets die Rohdaten des gemessenen Schwebungsspektrums, so dass die Datenauswertung unabhängig nach der Messung erfolgen kann. Bereits die Visualisierung dieser Daten in Abhängigkeit der externen Resonatorlänge ermöglicht es, einen ersten Unterschied zwischen aktiviertem respektive deaktiviertem PCL-Verfahren zu erkennen, siehe Abbildung 4.11. Die Ursache dafür ist der im vorherigen Abschnitt diskutierte empfindliche Einfluss der Linienbreite des Lasers auf die Gestalt des Schwebungs-

¹² *General purpose interface bus*, ein paralleler Datenbus mit einer Übertragungsgeschwindigkeit von standardmäßig 1 MByte/s und einer niedrigen Latenz von unter 100 μs

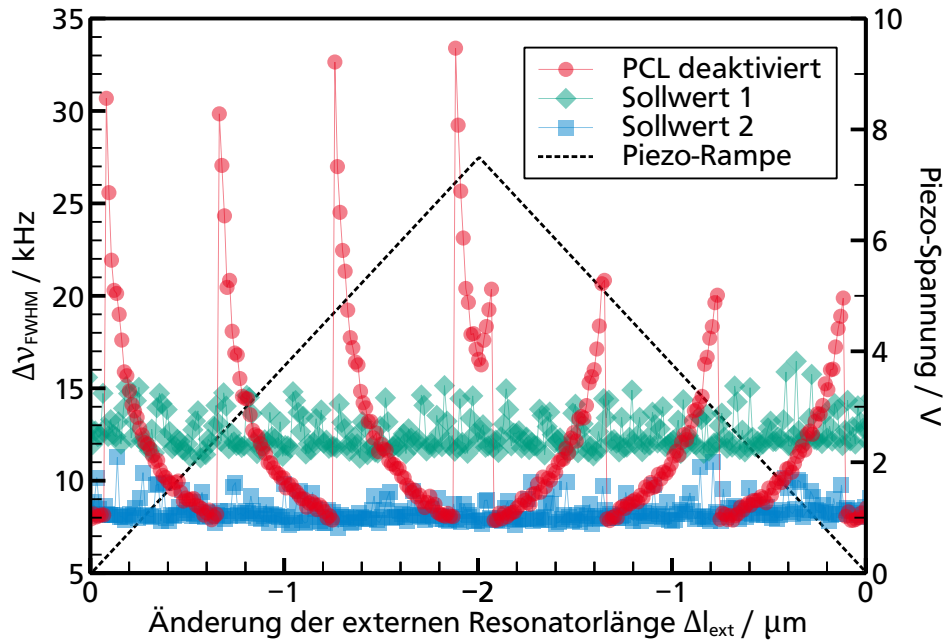
spektrums. Dabei stellt insbesondere die Tiefe der periodischen Modulation einen Indikator für die Linienbreite dar, vergleiche Abbildung 4.7. Die Abbildung zeigt deutlich, dass diese Modulationstiefe mit deaktivierter ECDL-Stabilisierung starken Schwankungen unterliegt. Die Unstetigkeiten entsprechen Modensprüngen, die bei einer Änderung der externen Resonatorlänge auftreten. Im Gegensatz dazu weist die Modulationstiefe bei aktiviertem PCL lediglich eine schwache und kontinuierliche Abhängigkeit von der externen Resonatorlänge auf. Die Ursache für die Änderung der Modulationstiefe ist in diesem Fall die Änderung der Ausgangsleistung aufgrund der Pumpstrom-Nachführung durch das PCL-Verfahren.

Um nun die Linienbreite des Lasers zu bestimmen, werden die mittels der Datenanpassung erhaltenen Werte für die Gewichtungsfaktoren k_i verwendet, um ein Spektrum und die Linienbreite jeder einzelnen Rauschkomponente zu berechnen. Aus einer numerischen Faltung dieser Spektren resultiert das Gesamtspektrum sowie die gesamte Halbwertsbreite des Lasers. Diese Prozedur wurde nun für die mittels der automatisierten Datenaufnahme gemessenen Spektren durchgeführt. Das Ergebnis der Auswertung ist in den Abbildungen 4.12 dargestellt.

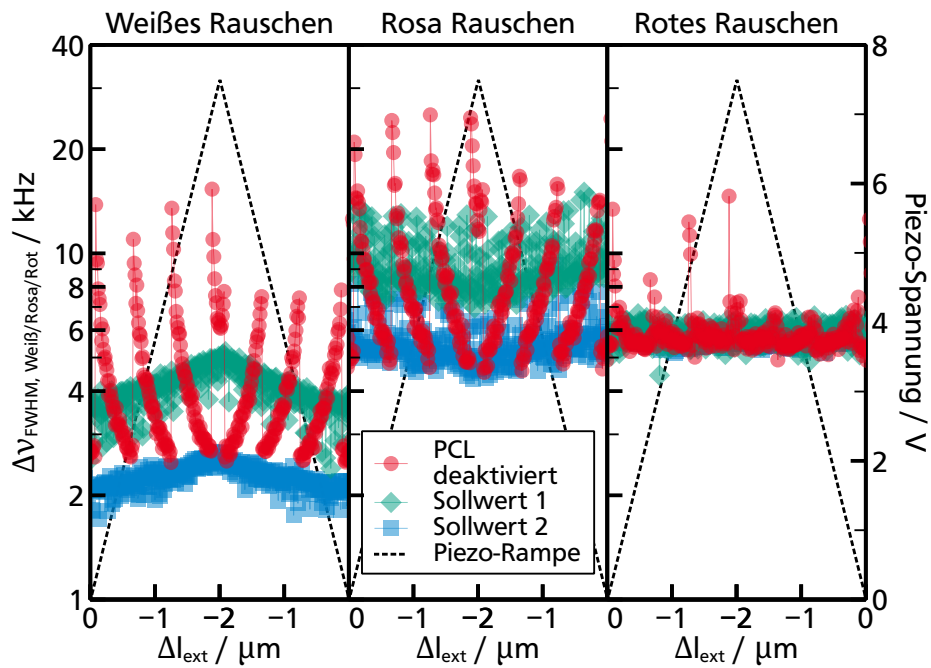
Die in der oberen Abbildung 4.12a dargestellte Gesamtlinienbreite zeigt bei deaktivierter ECDL-Stabilisierung einen sägezahnartigen Verlauf mit Diskontinuitäten aufgrund von Modensprüngen. Dies entspricht dem zu erwartenden Ergebnis, siehe beispielsweise [Wya85; Gen+00; GKL02]. Die Ursache für diese starke Abhängigkeit der Linienbreite von der externen Resonatorlänge beruht auf der Änderung der Phase des zurückgekoppelten Lichts $\varphi_{\text{ext}} = \omega \tau_{\text{ext}}$ relativ zum Lichtfeld der Laserdiode, vergleiche Abschnitt 2.3.2. Quantitativ wird die Verringerung der Linienbreite aufgrund der externen optischen Rückkopplung durch Gleichung (2.28) beschrieben. Dabei ist das Argument des Kosinus explizit von φ_{ext} abhängig. Aufgrund der Größenordnung der Lichtfrequenz ω haben daher bereits kleine Änderungen von τ_{ext} eine deutliche Änderung der Linienbreite zur Folge.

Neben periodischen Schwankungen in Abhängigkeit der externen Resonatorlänge weist die Gesamtlinienbreite ferner ein Hystereseverhalten auf. So ist die maximale Linienbreite im Fall einer Verkleinerung der externen Resonatorlänge, d.h. bei steigender Piezo-Spannung, größer als im Vergleich zu den Maximalwerten bei fallender Piezo-Spannung. Dieses Verhalten wird durch die Ratengleichungen beschrieben und führt beispielsweise auch zu den bereits diskutierten Hysterese-Effekten der Ausgangsleistung bei einer Variation der externen Resonatorlänge sowie des Pumpstroms, vergleiche auch Abbildung 2.5b und 2.6b in Abschnitt 2.3 respektive 2.3.1.

Zusätzlich zur Gesamtlinienbreite sind in der Abbildung 4.12b die jeweiligen Halbwertsbreiten der Spektren jedes Rauschtyps dargestellt. Dabei zeigt sich, dass die Schwankungen der Gesamtlinienbreite bei deaktiviertem PCL-Verfahren ihren Ursprung in der weißen sowie der rosa Rauschkomponente haben. Das rote Rauschen



(a)



(b)

Abb. 4.12: Gesamtliniensbreite $\Delta\nu_{\text{FWHM}}$ des ECDLs in Abhängigkeit der Änderung Δl_{ext} der externen Resonatorlänge $l_{\text{ext}} \approx 7 \text{ cm}$ (oben). Diese wurde durch eine Faltung der basierend auf der DSHT-Methode ermittelten spektralen Komponenten bestimmt (unten). Sollwert 1 wurde willkürlich gewählt, Sollwert 2 basiert auf der Minimierung von $\Delta\nu_{\text{FWHM, Weiß}}$.

erweist sich interessanterweise als unabhängig von der externen Resonatorlänge. Es ist daher naheliegend externe Faktoren, wie beispielsweise das Rauschen der Stromsteuerung, als Quelle des roten Rauschens anzunehmen.

Im Gegensatz zur Messung mit deaktivierter ECDL-Stabilisierung werden durch Anwenden des PCL-Verfahrens Modensprünge unterdrückt und die Wellenlänge ändert sich kontinuierlich, wie die experimentellen Ergebnisse in Abschnitt 3.2.4 zeigen. Dies führt zu einer konstanten Phase φ_{ext} während der Längenänderung des externen Resonators. Folglich bleibt die Linienbreite bei Verwendung des PCL-Verfahrens auf einem konstanten Niveau. Eine Variation des Sollwertes der Regelung ermöglicht dabei eine gezielte Manipulation der Linienbreite des ECDLs. Dies ist in den Abbildungen 4.12 exemplarisch für zwei unterschiedliche Sollwerte dargestellt. Prinzipiell wird der gesamte durch die Messung mit deaktivierter Stabilisierung ermittelte Linienbreiten-Bereich zugänglich. Für große Linienbreiten neigt das Stabilisierungsverfahren allerdings zu Schwankungen, da in diesem Fall Fluktuationen der externen Resonatorlänge einen größeren Einfluss auf die Linienbreite haben. Dies spiegelt sich auch in der Steilheit des gemessenen Verlaufs der Gesamtlinienbreite bei deaktiviertem PCL-Verfahren wieder. Dennoch ist es möglich, die Linienbreite kontrolliert von 8 kHz bis 20 kHz kontinuierlich zu variieren. Für die dargestellten Datensätze beträgt das arithmetische Mittel der Linienbreite $(12,6 \pm 1,0)$ kHz für Sollwert 1 respektive $(8,3 \pm 0,6)$ kHz für Sollwert 2. Bei deaktiviertem PCL-Verfahren ergibt sich eine durchschnittliche Halbwertsbreite von $(12,2 \pm 4,8)$ kHz.

Durch eine sorgfältige Justage des Sollwertes der Regelung ist es ferner möglich, die Halbwertsbreite der mit dem weißen Rauschen assoziierten lorentzförmigen Spektralkomponente auf einen Wert unterhalb der erreichten Werte bei deaktiviertem PCL-Verfahren zu stabilisieren. Die Erklärung für dieses Ergebnis beruht auf zwei Gründen. Zum einen wird durch das PCL-Verfahren die Phase φ_{ext} aktiv stabilisiert. So werden Schwankungen der externen Resonatorlänge innerhalb der Regelbandbreite kompensiert. Dies ist ohne PCL nicht der Fall, so dass während einer ESAMessung des Schwebungsspektrums über diese Schwankungen gemittelt wird. Zum anderen ist es durch die Stabilisierung möglich, die beiden Resonatoren des ECDLs leicht gegeneinander zu verstimmen und diesen Zustand zu fixieren. Somit gelingt es, permanent die in Abschnitt 2.3 diskutierte *minimum linewidth condition* aufrechtzuerhalten, vergleiche auch [Pat+83; Wya85].

Abhängigkeit der Linienbreite vom Pumpstrom

Bei genauer Betrachtung des weißen Rauschens in Abbildung 4.12b zeigt sich, dass die Linienbreite auch bei aktivierter ECDL-Stabilisierung eine geringe Abhängigkeit von der externen Resonatorlänge aufweist. Da das PCL-Verfahren die Resonanzbedingung durch eine Nachführung des Pumpstroms aufrecht erhält, ist die Aus-

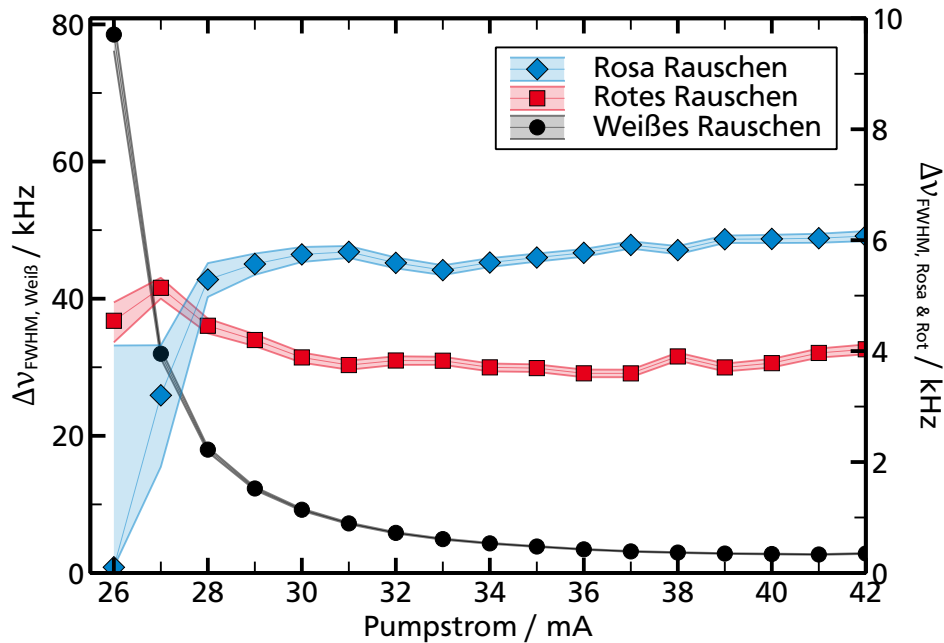


Abb. 4.13: Basierend auf der DSHT-Methode ermittelte minimale Linienbreite der einzelnen Rauschkomponenten des ECDLs in Abhängigkeit des Pumpstroms.

gangsleistung reziprok proportional zur Piezo-Spannung, d.h. eine Erhöhung der Piezo-Spannung führt zu einer Verringerung des Pumpstroms. Wie in Abschnitt 2.2.2 beschrieben und durch Gleichung (2.15) quantifiziert, ist die Linienbreite antiproportional zur Ausgangsleistung, vergleiche auch [FM81; Hen82]. Folglich führt eine Erhöhung der Piezo-Spannung zu einer größeren Linienbreite. Um die Relation der einzelnen Rauschtypen zwischen Linienbreite und Ausgangsleistung detaillierter zu untersuchen, wurde ein dediziertes Experiment durchgeführt. Bei dieser Messung kam erneut ein in LabView implementiertes Steuerprogramm zum Einsatz, um den Messprozess zu automatisieren. Dabei wurde sowohl der Pumpstrom der Laserdiode als auch die externe Resonatorlänge durch das Programm variiert. Zur Datenaufnahme erfolgte eine Fernsteuerung des ESAs durch das LabView-Programm. Der Ablauf der Messung wird im Folgenden schrittweise erläutert.

1. Der Pumpstrom wird auf einen konstanten Wert gesetzt.
2. Für diesen Strom wird die externe Resonatorlänge in einem definierten Bereich inkrementell variiert. Dies geschieht analog zur bereits präsentierten Messung der Linienbreite.
3. Für jede externe Resonatorlänge wird ein Schwebungsspektrum gemessen und die Halbwertsbreiten aller Rauschtypen sowie die Gesamtlinienbreite ermittelt.

Dies geschieht analog zur bereits beschriebenen Auswertung der Schwebungsspektren.

4. Die niedrigste ermittelte Gesamtlinienbreite für den aktuellen Pumpstrom sowie die zugehörigen Halbwertsbreiten der Spektren der einzelnen Rauschtypen werden gespeichert.
5. Der Pumpstrom wird erhöht und die Messung beginnt erneut.

Abbildung 4.13 zeigt das Ergebnis dieser Messung. Wie erwartet, ist die Linienbreite des weißen Rauschens reziprok proportional zur Ausgangsleistung¹³. Ferner ist die Halbwertsbreite des rosa sowie des roten Rauschens bis auf einen leichten Anstieg bei höheren Strömen unabhängig vom Pumpstrom. Diese Beobachtung unterstützt die Annahme, dass die Stromquelle die primäre Quelle dieser Rauschkomponenten ist, da ihr Rauschpegel mit steigendem Strom zunimmt. Im Fall des rosa Rauschens bestätigt diese Messung das Ergebnis von Mercer [Mer91]. Soweit dem Autor bekannt ist, wurde die Abhängigkeit der roten Rauschkomponente eines ECDLs von der Ausgangsleistung bisher nicht untersucht.

Abhängigkeit der Linienbreite von der Rückkopplungsstärke

Abschließend wird der Einfluss einer Änderung der Rückkopplungsstärke auf die Linienbreite analysiert. Aufgrund der Polarisationsabhängigkeit der Gittereffizienz kann diese durch eine Drehung des im externen Resonator vorhandenen Viertelwellenlängenplättchens variiert werden, siehe Abschnitt 3.2.1. Dabei muss darauf geachtet werden, dass ein stabiles Fehlersignal für den Regelkreis erhalten bleibt. Dadurch wird der zugängliche Bereich der Rückkopplungsstärke eingeschränkt. Für diese Messung wurden zwei Einstellungen gewählt, wobei die Laserschwelle im Fall einer starken Rückkopplung um 20 % von 30,0 mA auf 23,8 mA sowie im Fall niedriger Rückkopplung um 17,7 % abgesenkt wurde. Prinzipiell lässt sich nun die Rückkopplungsrate (2.20) mittels der Gleichung (2.27) berechnen. Diese ist allerdings nur für geringe Rückkopplungsstärken gültig, da keine Mehrfachumläufe berücksichtigt werden. Ferner sind Laserparameter wie die Photonenzerfallsrate γ_p für die verwendete Laserdiode nicht bekannt. Aus diesem Grund wird zur Quantifizierung der Rückkopplungsstärke ein anderer Weg gewählt. Basierend auf der Reduktion der Laserschwelle kann der Bruchteil x des kohärent zurückgekoppelten Lichts abgeschätzt werden [OD84]. Damit ist es möglich, den Parameter C zu berechnen [Ack+84]. Basierend auf diesem Parameter ist eine Klassifizierung in die verschiedenen bereits

¹³ Der Zusammenhang zwischen Ausgangsleistung und Pumpstrom wird hier als linear angenommen. Wie in Abschnitt 2.2.1 gezeigt wurde, ist diese Annahme für Ströme oberhalb der Laserschwelle gut erfüllt.

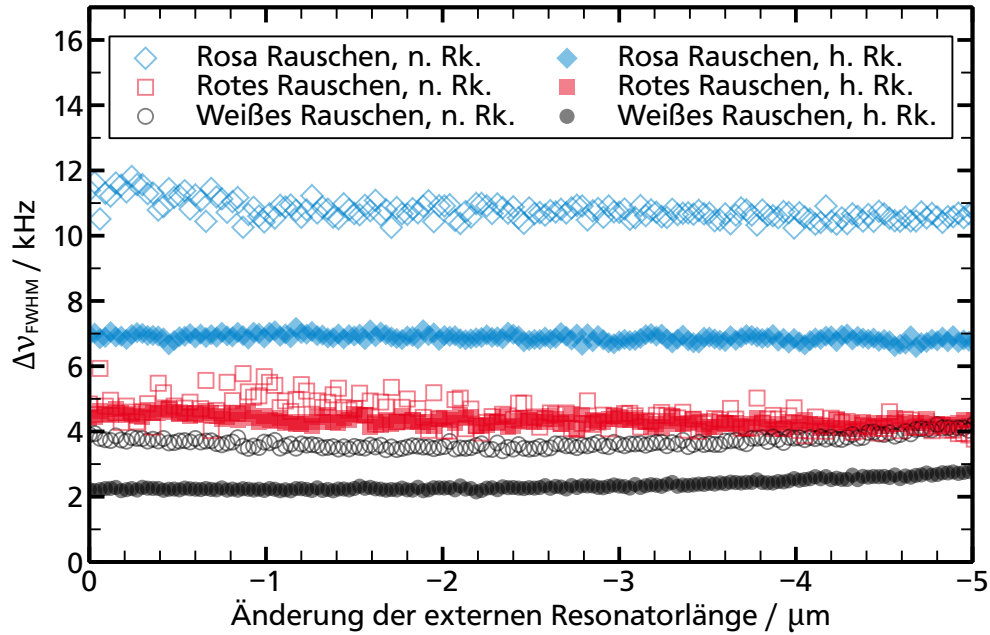


Abb. 4.14: Basierend auf der DSHT-Methode ermittelte Linienbreite der einzelnen Rauschkomponenten des ECDLs bei aktiviertem PCL-Verfahren als Funktion der externen Resonatorlänge für eine niedrige (n. Rk.) respektive hohe (h. Rk.) Rückkopplungsstärke.

diskutierten Stabilitätsregimes möglich, vergleiche auch Abschnitt 2.3.2. Auf diese Weise folgt für die niedrige Rückkopplung $C_n = 25^{+5}_{-6}$ sowie $C_h = 40^{+3}_{-5}$ im Fall hoher Rückkopplung. Damit befindet sich C_n nahe am instabilen Regime II, C_h jedoch in einem stabilen Bereich niedriger Linienbreite kurz vor dem abrupt einsetzenden Regime IV des Kohärenzkollaps, siehe auch [TC86; Pet95].

Mit aktiviertem PCL-Verfahren wurden Schwebungsspektren in Abhängigkeit der externen Resonatorlänge gemessen. Dabei war der Sollwert der Regelung auf eine minimale Linienbreite optimiert. Diese Prozedur wurde für beide oben beschriebenen Rückkopplungsstärken durchgeführt. Die Auswertung der Daten ist in Abbildung 4.14 dargestellt. Die Ursache für den leichten Anstieg der Linienbreite der weißen Rauschkomponenten ist dabei die bereits diskutierte Kopplung von externer Resonatorlänge und Pumpstrom durch das Stabilisierungsverfahren. Auffällig ist ferner die deutliche Abhängigkeit der weißen sowie der rosa Rauschkomponente von der Rückkopplungsstärke. Insbesondere für das weiße Rauschen ist die Linienbreite im Vergleich zu niedriger Rückkopplung bei hoher Rückkopplung nahezu um den Faktor zwei verringert. Darüber hinaus sind die Fluktuationen der Halbwertsbreiten im Fall höherer Rückkopplung geringer. Diese Beobachtung stimmt mit der Zuord-

nung der beiden Rückkopplungsstärken mit den Stabilitätsregimes überein, da der Übergang von Regime II zu III durch eine geringere Linienbreite sowie eine höhere Modenstabilität charakterisiert ist [SP88].

5 Zusammenfassung und Ausblick

5.1 Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit wurden neuartige, aktive Verfahren zur Stabilisierung von Laserdioden mit externer optischer Rückkopplung präsentiert und analysiert. Die Anwendung dieser Verfahren garantiert die permanente Aufrechterhaltung der Resonanzbedingung des ECDLs, so dass Modensprünge effektiv unterdrückt werden. Die Grundlage der Verfahren ist die Steuerung der optischen Länge eines Resonators des ECDLs durch einen Regelkreis, während die Länge des verbleibenden Resonators variiert wird. Im Fall der Piezo-Strom-Methode wird dabei der interne Resonator durch eine Änderung des Pumpstroms der Laserdiode auf die mittels Piezo-Aktoren realisierte Längenänderung des externen Resonators stabilisiert. Im Gegensatz dazu regelt die Temperatur-Piezo-Methode die Länge des externen Resonators, wobei die optische Länge des internen Resonators durch eine Temperaturänderung erfolgt.

Das für beide Verfahren verwendete Fehlersignal basiert auf den Schwankungen der Ausgangsleistung des ECDLs bei einer Änderung der optischen Resonatorlängen relativ zueinander. Durch das Einbringen eines Verzögerungsplättchens in den externen Resonator des ECDLs wird diese Längeninformation in den Polarisationszustand des Laserlichts übertragen. Damit stellt der Polarisationszustand ein Maß für die Resonanz des ECDLs dar und kann somit als Fehlersignal der Regelung verwendet werden. Im Rahmen dieser Arbeit wurde dieses Fehlersignal theoretisch modelliert. Dabei wurde eine Formulierung auf Basis der von Lang und Kobayashi aufgestellten Ratengleichungen zur Beschreibung von Laserdioden mit externer optischer Rückkopplung angewendet, um das Fehlersignal qualitativ wiederzugeben. Darüber hinaus wurde ein weiteres Modell entwickelt, das einen im Vergleich zu den Ratengleichungen geringeren Rechenaufwand aufweist und somit eine Datenanpassung an gemessene Verläufe des Fehlersignals ermöglicht. Bei diesem Modell wird der gesamte ECDL als Drei-Spiegel-Interferometer aufgefasst. Zusätzlich wird der Polarisationszustand des Lichts mit Hilfe des Jones-Formalismus beschrieben. Dadurch werden polarisationsabhängige Komponenten sowie Mehrfachreflexionen zwischen allen Spiegeln automatisch berücksichtigt. Die berechnete Transmission durch dieses Interferometer erlaubt dann die Berechnung des Fehlersignals. Die durchgeführten Datenanpassungen zeigen eine sehr gute Übereinstimmung von Modell und Messdaten. Es sei noch angemerkt, dass aufgrund der allgemeinen Formulierung des Modells

die Berechnung der Transmission durch ein N -Spiegel-Fabry-Pérot-Interferometer unter Berücksichtigung der Polarisierung möglich ist und das Modell somit universell einsetzbar ist.

Durch das Anwenden der Stabilisierungsverfahren werden bei einem ECDL-Scan etwaige Nichtlinearitäten sowie Hystereseeffekte beispielsweise der Piezo-Aktoren automatisch kompensiert. Dadurch konnten große Scan-Bereiche realisiert werden. Im Fall der Piezo-Strom-Methode wurde ein modensprungfreier Durchstimmbereich von 105 GHz bei einer Wiederholrate von 11 Hz erreicht. Eine weitere Vergrößerung des Durchstimmbereichs war aufgrund des zulässigen Strombereichs der Laserdiode nicht möglich. Mit Hilfe der Temperatur-Piezo-Methode gelang es jedoch, diese Limitierung zu überwinden. Dadurch konnte ein modensprungfreier ECDL-Scan von 130 GHz in 80 s erzielt werden. In diesem Fall stellte die maximale Elongation der Piezo-Aktoren die Begrenzung dar. Die verwendete Laserdiode mit einer Zentralwellenlänge von 785 nm war dabei nicht antireflexbeschichtet.

Zusätzlich zu der oben genannten Piezo-Strom- und Temperatur-Piezo-Methode wurde ein weiteres Stabilisierungsverfahren präsentiert. Dabei steuert ein Computerprogramm die Änderung des Pumpstroms während der Längenänderung des externen Resonators. Die Grundlage der Regelung bildet ein Modell des dynamischen Verhaltens von Modensprüngen. Im Vergleich zu den bereits erläuterten Stabilisierungsverfahren ist die Regelbandbreite dabei deutlich niedriger. Der experimentelle Aufwand ist allerdings geringer, da ein bestehendes ECDL-System lediglich um einen Computer zur Kontrolle des Pumpstroms erweitert werden muss. Basierend auf dieser Automatisierung konnte ein modensprungfreier Durchstimmbereich von 73 GHz erreicht werden.

Die vorgestellten Stabilisierungsverfahren ermöglichen eine Vielzahl von Anwendungen. In dieser Arbeit wurden exemplarisch drei mögliche Anwendungen realisiert. Die großen modensprungfreien Durchstimmbereiche erlauben die Spektroskopie stark druckverbreiteter Gase. Dies wurde am Beispiel von Ethan- sowie Xenongepuffertem Rubidium bei unterschiedlichen Temperaturen durchgeführt. Des Weiteren wurde eine absolute Wellenlängenstabilisierung implementiert. Aufgrund des Stabilisierungsverfahrens ist die Wellenlänge direkt proportional zur Länge des externen Resonators. Mit Hilfe eines zweiten Regelkreises wurde diese Länge auf ein Wellenlängenmessgerät stabilisiert. Dabei diente die Piezo-Strom-Methode zur Nachführung des Pumpstroms und verhinderte dadurch das Auftreten von Modensprüngen. Als drittes Anwendungsbeispiel wurde die Länge des externen Resonators mit unterschiedlichen Mustern periodisch variiert. Dabei kamen neben einer Sinus- und Dreiecksrampe auch eine Rechteck-Modulation zum Einsatz. Diese Modulationsform erlaubt einen schnellen Wechsel zwischen mehreren diskreten Wellenlängen. Speziell die Durchführung einer solchen Rechteck-Modulation ist durch die Anwendung pas-

siver Verfahren wie dem *feed-forward* aufgrund der Sprungantwort der Piezo-Aktoren lediglich eingeschränkt oder gar nicht möglich.

Für viele Anwendungen ist eine niedrige optische Linienbreite des Lasers wünschenswert. Aus diesem Grund wurde in dieser Arbeit die Frage adressiert, ob die neuartigen Stabilisierungsverfahren einen Einfluss auf die Linienbreite haben. Damit sollte vor allem ausgeschlossen werden, dass eine artifizielle Verbreiterung des optischen Spektrums aufgrund des aktiven Regelkreises entsteht. So führt beispielsweise der Proportional-Anteil eines PID-Reglers bei schlechter Dimensionierung zu Schwingungen der Regelgröße. Auch Rauscheinflüsse der Regelelektronik sind denkbar. Zur Beantwortung dieser Fragen wurden Messungen basierend auf den Methoden der heterodynen sowie selbst-heterodynen Detektion durchgeführt. Dazu wurde im Fall der heterodynen Messung ein zweiter, identischer ECDL aufgebaut, der ebenfalls mittels der Piezo-Strom-Methode stabilisiert werden konnte. Die Messung der Schwebungsspektren war aufgrund der Drift der einzelnen Emissionswellenlängen gegeneinander starken Schwankungen unterworfen. Dies führte zu einer hohen statistischen Unsicherheit der ermittelten Linienbreiten. So ergibt sich für 323 gemessene Schwebungsspektren mit deaktivierter Stabilisierung eine mittlere Halbwertsbreite von (188 ± 111) kHz, mit aktivierter Piezo-Strom-Methode resultiert die Auswertung von 267 Spektren in einer mittleren Linienbreite von (178 ± 94) kHz. Dies entspricht einer Verringerung von etwa 5 % bei aktivierter ECDL-Stabilisierung. Mit zwei weiteren Messreihen wurden insgesamt 1622 Spektren ausgewertet, die diesen Trend bestätigen. Die Ergebnisse konnten aufgrund der hohen statistischen Unsicherheiten jedoch lediglich eine Tendenz aufzeigen. Aus diesem Grund wurde zusätzlich ein Experiment zur Bestimmung der Linienbreite basierend auf der Methode der selbst-heterodynen Detektion aufgebaut. Dabei wurde ein theoretisches Modell des Schwebungsspektrums an die gemessenen Daten angepasst. Dieses Modell berücksichtigt Rauschprozesse mit unterschiedlicher Frequenzabhängigkeit in der spektralen Leistungsdichte des Frequenzrauschens. Dabei wurden etablierte Rechnungen zu weißem sowie $1/f$ -Rauschen um $1/f^2$ -Rauschen erweitert. Zur Charakterisierung dieser auch als rotes Rauschen bezeichneten Komponente wurden umfangreiche Rechnungen durchgeführt. So konnten analytische Formen des zugehörigen optischen Spektrums sowie des Schwebungsspektrums auch für kurze Verzögerungszeiten der selbst-heterodynen Methode angegeben werden.

Basierend auf der Datenanpassung der gemessenen Schwebungsspektren mit Hilfe des beschriebenen Modells wurde das optische Spektrum des ECDLs evaluiert. Dabei gelang neben der Quantifizierung der Halbwertsbreite auch eine Charakterisierung der spektralen Komposition. Die Messungen ergaben, dass die Gesamtlinienbreite mit aktivierter ECDL-Stabilisierung durch eine Änderung des Sollwertes der Regelung variabel im Bereich von etwa 8 kHz bis 20 kHz justiert und minimiert werden konnte. Mit deaktivierter Stabilisierung zeigte sich hingegen eine starke Abhängigkeit der

Linienbreite von der externen Resonatorlänge. So ergab die Messung der Gesamtlinienbreite während eines ECDL-Scans bei Anwendung der Piezo-Strom-Methode eine Halbwertsbreite von $(8,3 \pm 0,6)$ kHz. Im Vergleich dazu lag die Halbwertsbreite bei deaktivierter Stabilisierung im Mittel bei $(12,2 \pm 4,8)$ kHz. Bezüglich der Einflüsse der aktiven Stabilisierung auf die einzelnen Rauschkomponenten des Spektrums zeigten die Messungen eine deutliche Abhängigkeit des weißen sowie des $1/f$ -Rauschens von dem Sollwert der Regelung. Speziell das weiße Rauschen konnte dabei auf Werte stabilisiert werden, die unterhalb der Werte des freilaufenden ECDLs liegen. Somit konnte gezeigt werden, dass durch die Anwendung der aktiven ECDL-Stabilisierung keine negative Beeinflussung der Linienbreite des ECDLs erfolgt. Stattdessen ist es bei geeigneter Wahl des Sollwertes der Regelung möglich, die minimale erreichbare Linienbreite zu gewährleisten.

Ergänzend zur Untersuchung der Einflüsse des Stabilisierungsverfahrens wurden Messungen der Linienbreite sowie der spektralen Zusammensetzung in Abhängigkeit des Pumpstroms und der Stärke der externen Rückkopplung durchgeführt. Die Ergebnisse dieser Messungen zeigen eine gute Übereinstimmung mit theoretischen Vorhersagen.

5.2 Ausblick

Im Folgenden werden einige Vorschläge weiterführender Anwendungen und Untersuchungen der in dieser Arbeit präsentierten Methoden angeführt. Ferner werden einige Anregungen bezüglich möglicher Detailverbesserungen aufgezeigt.

Im Hinblick auf den modensprungfreien Durchstimmbereich wäre eine Vergrößerung der maximalen Längenänderung des externen Resonators wünschenswert. So könnten beispielsweise motorisierte Aktoren mit großem Hub aber geringer Positioniergenauigkeit mit Piezo-Aktoren kombiniert werden, um unter Anwendung der Temperatur-Piezo-Methode den Abstimmbereich des ECDLs weiter zu vergrößern. Auch eine Erhöhung der Scan-Geschwindigkeit wäre für diese Methode interessant. Dies ist beispielsweise durch den Einsatz von Peltier-Elementen mit höherer elektrischer Leistung möglich. Ferner existieren spezielle Halterungen für Laserdioden, die einen besonders guten Wärmekontakt zwischen Halbleiterlaser und Peltier-Element erreichen¹ und somit eine rasche Temperaturänderung ermöglichen.

Bezüglich der absoluten Wellenlängenstabilisierung könnte untersucht werden, welchen Einfluss der dafür benötigte zweite Regelkreis auf die Linienbreite des Lasers hat. Ferner könnte zur Bestimmung der Regelgröße anstatt des verwendeten Wellenlängenmessgeräts eine dopplerfreie Sättigungsspektroskopie aufgebaut werden. Auch hier wäre eine Linienbreitenmessung interessant. Darüber hinaus wären

¹ Beispielsweise der *ColdPack* des Herstellers Toptica

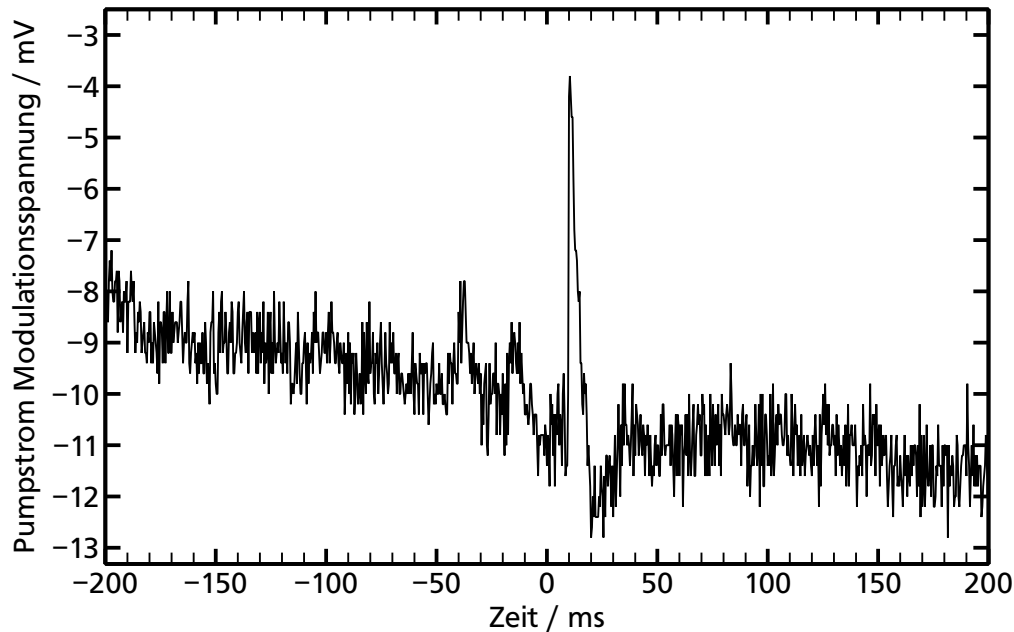


Abb. 5.1: Modulationsspannung des Pumpstroms bei Anwendung der Piezo-Strom-Methode während eines ECDL-Scans über eine Rubidium-Absorptionslinie. Die Gaszelle befindet sich dabei im externen Resonator des ECDLs. Der Verlauf des Fehlersignals spiegelt die anomale Dispersion aufgrund der Absorption wieder.

weitere systematische Messungen der Linienbreite denkbar, so beispielsweise in Abhängigkeit unterschiedlicher externer Resonatorlängen oder Temperaturen der Laserdiode.

Die in dieser Arbeit vorgestellten aktiven Stabilisierungsverfahren benötigen einen Regler zur Aufrechterhaltung des Soll-Zustands. Um die Bandbreite dieses Regelkreises zu maximieren, könnte eine vollständige Systemanalyse durchgeführt werden, um die Übertragungsfunktion der Regelstrecke zu bestimmen. Anhand dieser Funktion ist es möglich, die Parametrisierung des Reglers zu optimieren. In diesem Zusammenhang wäre es auch denkbar, neben dem bereits verwendeten PID-Regler einen alternativen Reglertyp, beispielsweise einen *fuzzy-logic*-Regler zu implementieren.

Die Datenanpassung des für den Regelkreis verwendeten Fehlersignals erfolgte in der Arbeit durch ein Modell des polarisationsabhängigen Transmissionsverhaltens des ECDLs. Ferner wurde eine qualitative Beschreibung auf Basis der Ratengleichungen präsentiert, wobei aus Gründen der Rechenzeit keine Anpassung an die Messdaten erfolgte. Eine Optimierung des Rechenaufwands und/oder der Implementierung der Ratengleichungen wäre folglich erstrebenswert, damit auch dieses Modell an die

Messdaten angepasst werden kann. Dadurch könnten beispielsweise Hystereseeffekte des Fehlersignals beschrieben werden.

Neben der Anwendung des Fehlersignals zur Stabilisierung des ECDLs durch den Regelkreis wäre auch eine Sensorapplikation denkbar. Das Fehlersignal stellt eine sehr präzise Messung der relativen externen Resonatorlänge dar. Befindet sich nun im externen Resonator ein Medium mit einer vom ECDL erreichbaren Absorptionslinie, so weist die optische Länge des externen Resonators aufgrund der anomalen Dispersion bei dieser Linie eine ausgeprägte Abhängigkeit von der Wellenlänge auf. Der Verlauf dieser optischen Längenänderung entspricht dabei der charakteristischen Form der anomalen Dispersion. Um die Resonanz des ECDLs aufrecht zu erhalten, muss diese Längenänderung durch den Regelkreis ausgeglichen werden. Somit wird bei einem ECDL-Scan über eine Absorptionslinie der Verlauf der Dispersion im Regelsignal sichtbar. Es wurden bereits erste Messungen durchgeführt, um die prinzipielle Machbarkeit des Konzepts zu überprüfen, siehe Abbildung 5.1. Dabei ist die vom Regelkreis gesteuerte Modulationsspannung des Pumpstroms dargestellt. Deutlich ist der Einfluss der Dispersion zu erkennen.

Um die Gaskonzentration anhand der Amplitude der Modulationsspannung zu bestimmen, ist zunächst eine theoretische Formulierung dieser Zusammenhänge nötig. Erste Schritte dazu wurden im Rahmen der Bachelor-Arbeit von Tobias Krebs erarbeitet [Kre11]. Neben dieser Konzentrationsmessung könnte der Nulldurchgang der Dispersion genutzt werden, um eine absolute Wellenlängenstabilisierung auf die Absorptionslinie zu realisieren.

Anhang



A Lösung der Ratengleichungen ohne Rückkopplung

Im Folgenden sind die Lösungen des eingeschwungenen Zustands der in Abschnitt 2.2 präsentierten Ratengleichungen (2.6) aufgelistet. Mit Hilfe dieser Lösungen wurden die Abbildungen 2.1 und 2.2 erstellt. Im Einzelnen gilt für die Photonen-
zahl

$$\mathcal{P}_{ss}(J) = c_{1,P} \left(c_{2,P}(J) \pm \sqrt{c_{2,P}(J)^2 + c_{3,P}(J)} \right) \quad (\text{A.1})$$

$$c_{1,P} = \frac{1}{2\gamma_p g q} \quad (\text{A.2a})$$

$$c_{2,P}(J) = g \left(\gamma_e \mathcal{N}_t q (c_{sp} - 1) + J \right) - \gamma_p \gamma_e q \quad (\text{A.2b})$$

$$c_{3,P}(J) = 4\gamma_p \gamma_e c_{sp} g q J, \quad (\text{A.2c})$$

für die Ladungsträgerzahl

$$\mathcal{N}_{ss}(J) = c_{1,N} \left(c_{2,N}(J) \pm \sqrt{c_{2,N}(J)^2 + c_{3,N}(J)} \right) \quad (\text{A.3})$$

$$c_{1,N} = \frac{1}{2\gamma_e g q (c_{sp} - 1)} \quad (\text{A.4a})$$

$$c_{2,N}(J) = g \left(\gamma_e \mathcal{N}_t q (c_{sp} - 1) - J \right) - \gamma_p \gamma_e \quad (\text{A.4b})$$

$$c_{3,N}(J) = 4\gamma_e (c_{sp} - 1) (\gamma_p + g \mathcal{N}_t) g q J \quad (\text{A.4c})$$

und für die Frequenzverschiebung

$$\Delta\omega_{ss}(J) = c_{1,\omega} \left(c_{2,\omega}(J) \pm \sqrt{c_{2,\omega}(J)^2 + c_{3,\omega}} \right) \quad (\text{A.5})$$

$$c_{1,\omega} = \frac{1}{4\gamma_e q (c_{sp} - 1)} \quad (\text{A.6a})$$

$$c_{2,\omega}(J) = (1 - 2c_{sp}) q \alpha \gamma_p \gamma_e - g \alpha \left(\gamma_e \mathcal{N}_t q (c_{sp} - 1) + J \right) \quad (\text{A.6b})$$

$$c_{3,\omega} = -4 (c_{sp} - 1) c_{sp} q^2 \alpha^2 \gamma_p (g \mathcal{N}_t + \gamma_p) \gamma_e^2. \quad (\text{A.6c})$$

Dabei hängt das Vorzeichen der Quadratwurzel für den Fall $c_{sp} = 0$ davon ab, ob die jeweiligen Parameter ober- oder unterhalb der Laserschwelle bestimmt werden sollen. Für $c_{sp} > 0$ muss stets addiert werden.

B Mathematica-Skript der Ratengleichungen mit Rückkopplung

Das auf den folgenden Seiten aufgelistete Mathematica-Skript dient zur Berechnung diverser Parameter, wie beispielsweise der Photonenzahl oder der Frequenzverschiebung in Abhängigkeit der externen Reflektivität. Es basierend auf den in Abschnitt 2.3 vorgestellten Ratengleichungen zur Beschreibung eines Halbleiterlasers mit externer optischer Rückkopplung. Dabei wird lediglich der eingeschwungene Zustand (*steady state*) analysiert.

Neben den Berechnungen der einzelnen Parameter wird auch eine Stabilitätsanalyse der externen Resonatormoden durchgeführt, um die sog. Antimoden zu identifizieren, siehe dazu auch die Erläuterungen in Abschnitt 2.3.1.

Die Mathematica-Skripte zur Lösung der Ratengleichungen in Abhängigkeit des Pumpstroms sowie der Länge des externen Resonators unterscheiden sich nicht wesentlich von dem hier gezeigten Skript und sind daher nicht enthalten.

Needs["PhysicalConstants`"]

gain = g (ns - n0);

(* gain: Differential Gain;
g: Model gain coefficient;
ns: Number of Carriers;
n0: Number of Carriers at threshold *)

se = csp ns γ_e ;

(* se: Spontaneous Emission term;
csp: SE-constant;
 γ_e : Carrier decay rate *)

f1 = ps ((gain - γ) + 2 * κ Cos[$\text{rExt}(\omega_0 + \Delta\omega)$]) + se == 0;

(* f1: steady-state condition for photon number;
ps: Number of photons;
 γ : Photon decay rate;
 κ : feedback coefficient,
 ω_0 : Laser frequency without feedback;
 $\Delta\omega$: Feedback induced frequency shift *)

f2 = 1 / 2 α (gain - γ) - κ Sin[$\text{rExt}(\omega_0 + \Delta\omega)$] == $\Delta\omega$;

(* f2: steady-state condition for phase;
 α : linewidth enhancement factor *)

f3 = j / q - γ_e ns - gain ps == 0; (* f3: steady-state condition for carrier number;

j: Pump current;
q: electron charge *)

cond $\Delta\omega$ = Eliminate[{f1, f2, f3}, {ns, ps}];

(* cond $\Delta\omega$: Transcendental equation for the feedback induced frequency shift *)

psFrom $\Delta\omega$ = ps /. Solve[{f1, f3}, ps, {ns}][[1];

(* psFrom $\Delta\omega$: Number of photons as a function of the feedback induced frequency shift *)

psFromNs = ps /. Solve[f3, ps][[1];

(* psFromNs: Number of photons as a function of the number of carriers *)

nsFrom $\Delta\omega$ = ns /. Solve[{f1, f3}, ns, {ps}][[1];

(* nsFrom $\Delta\omega$: Number of carriers as a function of the feedback induced frequency shift *)

η = η_0 + c1 j; (* η : Refractive index as a function of pump current;

η_0 : Refractive index at threshold;
c1 = $\delta\eta / \delta j$ *)

ω_0 = Simplify[2 π c Round[2 η_0 ld / λ_0] / (2 η ld)];

(* ω_0 : Laser resonant frequency without feedback as a function of pump current;
c: speed of light in vacuum λ_0 : Laser wavelength without feedback;
ld: laser diode length *)

κ = Simplify[c (1 - r2) Sqrt[rExt / r2] / (2 η ld)];

(* κ : feedback parameter from lang-kobayashi paper; r2: power reflectivity facet 2;
rExt: power reflectivity external mirror or grating *)

splitRatio = (Sqrt[r1] (1 - r2)) / ((Sqrt[r1] + Sqrt[r2]) * (1 - Sqrt[r1 r2]));

(* splitRatio: Ratio of total power to emitted power at facet 2;
r1: power reflectivity facet 1 *)

```

αm = Log[1 / (r1 * r2)] / (2 ld);
(* αm: mirror loss *)

qeff = h / (2 π) * ω0 * c / μe;
(* qeff: quantum efficiency;
h: Planck's constant;
μe: group velocity *)

powerFactor = Simplify[αm * qeff * splitRatio * (1 - rext)];
(* Output power =
powerFactor * Photon
number: Output power at rext as a function of the photon number *)

condΔω =
Simplify[condΔω,
Assumptions → {ld > 0, η0 > 0, c1 ≥ 0, c > 0, λ0 > 0, ps ≠ 0, q > 0, α > 0,
γe > 0, γ > 0, csp ≥ 0, g > 0, j > 0, rext > 0, n0 > 0}];

psFromΔω =
Simplify[psFromΔω,
Assumptions → {ld > 0, η0 > 0, c1 ≥ 0, c > 0, λ0 > 0, ps ≠ 0, q > 0, α > 0,
γe > 0, γ > 0, csp ≥ 0, g > 0, j > 0, rext > 0, n0 > 0}];

nsFromΔω =
Simplify[nsFromΔω,
Assumptions → {ld > 0, η0 > 0, c1 ≥ 0, c > 0, λ0 > 0, ps ≠ 0, q > 0, α > 0,
γe > 0, γ > 0, csp ≥ 0, g > 0, j > 0, rext > 0, n0 > 0}];

psFromNs =
Simplify[psFromNs,
Assumptions → {ld > 0, η0 > 0, c1 ≥ 0, c > 0, λ0 > 0, ps ≠ 0, q > 0, α > 0,
γe > 0, γ > 0, csp ≥ 0, g > 0, j > 0, rext > 0, n0 > 0}];

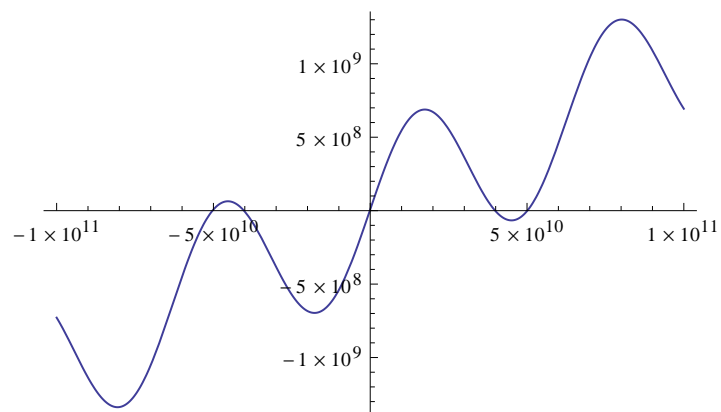
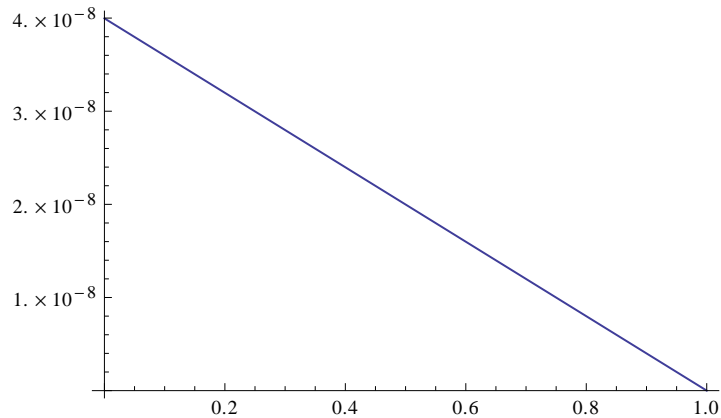
realworld = {
α → 3, (* Linewidth enhancement factor = Henry's factor, see Flunkert *)
c1 → 0.05, (* Differential refractive index δη/δj, see also Lang–Kobayashi *)
csp → 1*^5, (* Spontaneous emission coefficient *)
g → 1*^4, (* Modal Gain Coefficient, see Flunkert *)
γe → 1*^9, (* Carrier decay rate = 1/τrecombination, see Flunkert *)
γ → 8*^11, (* Photon decay rate = 1/τphoton, see Flunkert *)
ld → 300*^6, (* Length of the active layer *)
rext → 1*^10, (* External cavity round-trip time = 2*l/c *)
η0 → 3.6, (* Phase-velocity refractive index of GaAlAs *)
μe → 3.6, (* Effective Group Refractive index
(approx. 3.5 to 5, see also Petermann p. 27) *)
n0 → 1*^8, (* Carrier Number at Transparency, see Flunkert *)
r1 → 0.32, (* Back Facet reflectivity of the diode *)
r2 → 0.32, (* Front Facet reflectivity of the diode *)
(*rext→0.03, (* External mirror or grating reflectivity *)*)
j → 0.1, (* Pump current *)
λ0 → 785*^9, (* Laser wavelength with no feedback *)
c → SpeedOfLight[1], (* Speed of light in vacuum *)
h → 6.62606957*^34, (* Planck's constant *)
q → ElectronCharge[1] (* Electron Charge *)
};

```

```

rexttest = 0.01;
Plot[powerFactor /. realworld /. rext → x, {x, 0, 1}]
Plot[{condΔω[1] - condΔω[2]} /. realworld /. rext → rexttest, {Δω, -1010, 1010}]
Off[Reduce::ratnz];
κ /. realworld /. rext → rexttest
Reduce[(condΔω /. realworld /. rext → rexttest) && (-410 < Δω < 410), Δω]

```

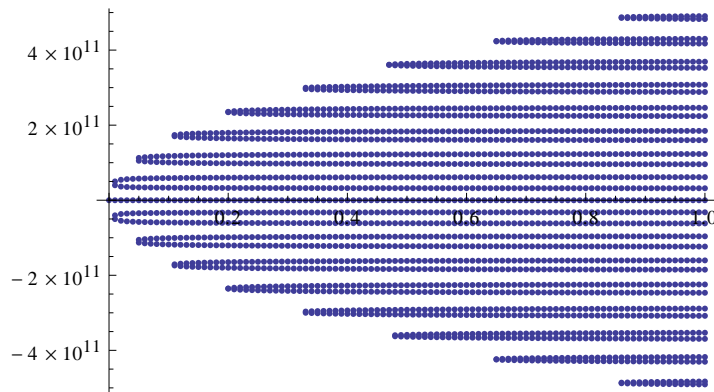


1.66609×10^{10}

$\Delta\omega = -1.33288 \times 10^8 \parallel \Delta\omega = 3.98318 \times 10^{10}$

```
(* Solve the transcendental equation "condΔω" in order to obtain the external
cavity modes (ECMs) and antinodes. Each mode has a particular frequency shift Δω.
The solution-list ΔωList has the following
layout: { {{x1}, {Δω1, Δω2, Δω3, ...}}, {{x2}, {Δω1, Δω2, Δω3, ...}}, ... *)
xmin = 0.0;
xmax = 1.0;
npoints = 100;
ΔωList = Monitor[Table[
  (*roots=
  Δω /.
  { ToRules[Reduce[( condΔω /. realworld /. rext → x) && (-1*^11 < Δω < 1*^11),
  Δω, Reals, WorkingPrecision → 10]]];*)

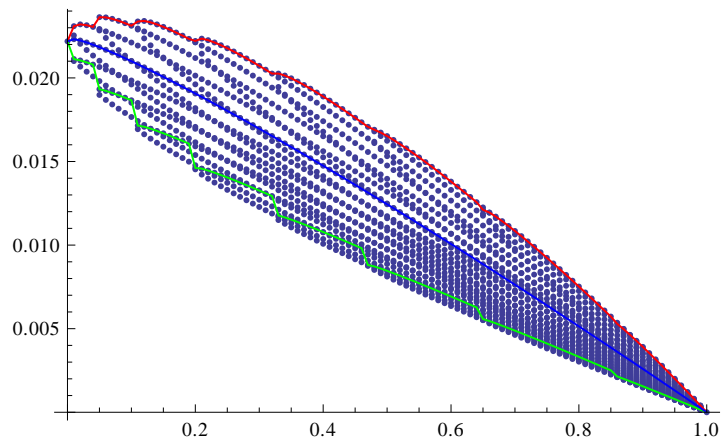
  roots =
  Δω /.
  { ToRules[Reduce[( condΔω /. realworld /. rext → x) && (-10*^11 < Δω < 10*^11),
  Δω, Reals]]];
  {{x}, roots},
  {x, xmin, xmax, (xmax - xmin) / npoints}],
ProgressIndicator[x, {xmin, xmax}]];
ListPlot[Flatten[Map[Tuples, ΔωList], 1]]
(* Flatten[Map[Tuples, ΔωList], 1] partitions the list in a form convenient for
ListPlot: { {x1, Δω1}, {x1, Δω2}, {x2, Δω1}, ...} *)
```



```

(* Analysis of the output power
*)
(* power calculates the output power for all ECMs *)
power[a_] :=
  Flatten[
    {{a[[1]]}, {Flatten[powerFactor * psFromDelta /. realworld /. rext -> a[[1]] /. Delta -> a[[2]]}},
    1];
(* power1 calculates the output power from the ECM with the lowest frequency *)
power1[a_] :=
  {a[[1]], powerFactor * psFromDelta /. realworld /. rext -> a[[1]] /. Delta -> Min[a[[2]]];
(* power2 calculates the output power from the ECM with the highest frequency *)
power2[a_] :=
  {a[[1]], powerFactor * psFromDelta /. realworld /. rext -> a[[1]] /. Delta -> Max[a[[2]]];
(* power3 calculates the output power from the ECM with a frequency close to omega0 *)
power3[a_] :=
  {a[[1]], powerFactor * psFromDelta /. realworld /. rext -> a[[1]] /.
    Delta -> Nearest[a[[2]], 0][[1]]};
powerList = Map[power, Take[DeltaList, All]];
power1List = Map[power1, Take[DeltaList, All]];
power2List = Map[power2, Take[DeltaList, All]];
power3List = Map[power3, Take[DeltaList, All]];
powerPlot = ListPlot[Flatten[Map[Tuples, Take[powerList, All]], 1]];
power1Plot = ListLinePlot[Flatten[Map[Tuples, Take[power1List, All]], 1],
  PlotStyle -> {Red}];
power2Plot = ListLinePlot[Flatten[Map[Tuples, Take[power2List, All]], 1],
  PlotStyle -> {Green}];
power3Plot = ListLinePlot[Flatten[Map[Tuples, Take[power3List, All]], 1],
  PlotStyle -> {Blue}];
Show[{powerPlot, power1Plot, power2Plot, power3Plot}]

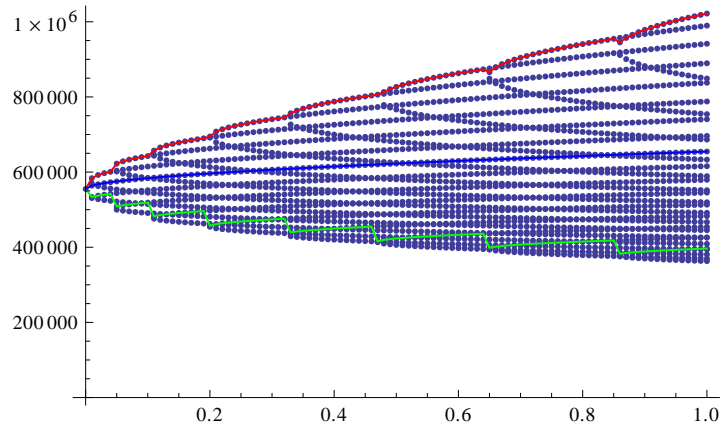
```



```

(* Analysis of the photon number
*)
(* p calculates the photon number of all ECMs *)
p[a_] := Flatten[{{a[[1]]}, {Flatten[psFrom $\Delta\omega$  /. realworld /. rext  $\rightarrow$  a[[1]] /.  $\Delta\omega \rightarrow$  a[[2]]}},
1];
(* p1 calculates the photon number from the ECM with the lowest frequency *)
p1[a_] := {a[[1]], psFrom $\Delta\omega$  /. realworld /. rext  $\rightarrow$  a[[1]] /.  $\Delta\omega \rightarrow$  Min[a[[2]]];
(* p2 calculates the photon number from the ECM with the highest frequency *)
p2[a_] := {a[[1]], psFrom $\Delta\omega$  /. realworld /. rext  $\rightarrow$  a[[1]] /.  $\Delta\omega \rightarrow$  Max[a[[2]]];
(* p3 calculates the photon number from the ECM with a frequency close to  $\omega_0$  *)
p3[a_] := {a[[1]], psFrom $\Delta\omega$  /. realworld /. rext  $\rightarrow$  a[[1]] /.  $\Delta\omega \rightarrow$  Nearest[a[[2]], 0][[1]]};
pList = Map[p, Take[ $\Delta\omega$ List, All]];
p1List = Map[p1, Take[ $\Delta\omega$ List, All]];
p2List = Map[p2, Take[ $\Delta\omega$ List, All]];
p3List = Map[p3, Take[ $\Delta\omega$ List, All]];
pPlot = ListPlot[Flatten[Map[Tuples, Take[pList, All]], 1]];
p1Plot = ListLinePlot[Flatten[Map[Tuples, Take[p1List, All]], 1], PlotStyle  $\rightarrow$  {Red}];
p2Plot = ListLinePlot[Flatten[Map[Tuples, Take[p2List, All]], 1], PlotStyle  $\rightarrow$  {Green}];
p3Plot = ListLinePlot[Flatten[Map[Tuples, Take[p3List, All]], 1], PlotStyle  $\rightarrow$  {Blue}];
Show[{pPlot, p1Plot, p2Plot, p3Plot}]

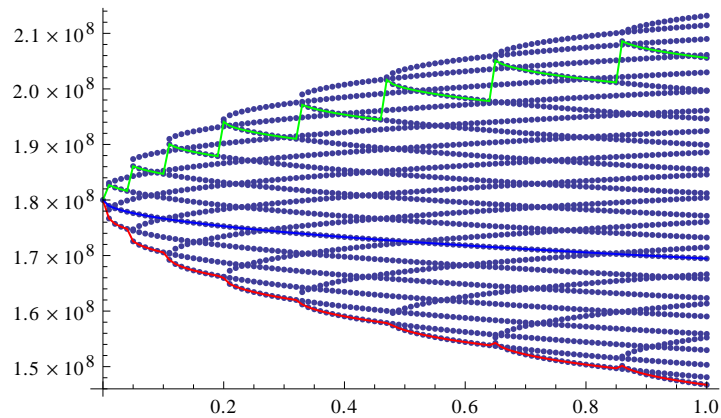
```



```

(* Analysis of the carrier number
*)
(* n calculates the carrier number of all ECMs *)
n[a_] := Flatten[{{a[[1]]}, {Flatten[nsFromDeltaomega /. realworld /. rext -> a[[1]] /. Deltaomega -> a[[2]]}},
1];
(* n1 calculates the carrier number from the ECM with the lowest frequency *)
n1[a_] := {a[[1]], nsFromDeltaomega /. realworld /. rext -> a[[1]] /. Deltaomega -> Min[a[[2]]];
(* n2 calculates the carrier number from the ECM with the highest frequency *)
n2[a_] := {a[[1]], nsFromDeltaomega /. realworld /. rext -> a[[1]] /. Deltaomega -> Max[a[[2]]];
(* n3 calculates the photon number from the ECM with a frequency close to omega0 *)
n3[a_] := {a[[1]], nsFromDeltaomega /. realworld /. rext -> a[[1]] /. Deltaomega -> Nearest[a[[2]], 0][[1]]};
nList = Map[n, Take[DeltaomegaList, All]];
n1List = Map[n1, Take[DeltaomegaList, All]];
n2List = Map[n2, Take[DeltaomegaList, All]];
n3List = Map[n3, Take[DeltaomegaList, All]];
nPlot = ListPlot[Flatten[Map[Tuples, Take[nList, All]], 1]];
n1Plot = ListLinePlot[Flatten[Map[Tuples, Take[n1List, All]], 1], PlotStyle -> {Red}];
n2Plot = ListLinePlot[Flatten[Map[Tuples, Take[n2List, All]], 1], PlotStyle -> {Green}];
n3Plot = ListLinePlot[Flatten[Map[Tuples, Take[n3List, All]], 1], PlotStyle -> {Blue}];
Show[{nPlot, n1Plot, n2Plot, n3Plot}]

```



```
(* Analysis of the Power of the Minimum and Maximum Threshold gain Mode
```

```
*)
```

```
powerMinN[a_] :=
```

```
{a[[1]], (powerFactor * psFromNs /. realworld /. rext → a[[1]] /. ns → Min[a[[2]]]);
```

```
powerMaxN[a_] :=
```

```
{a[[1]], (powerFactor * psFromNs /. realworld /. rext → a[[1]] /. ns → Max[a[[2]]]);
```

```
powerMinNList = Map[powerMinN, nList];
```

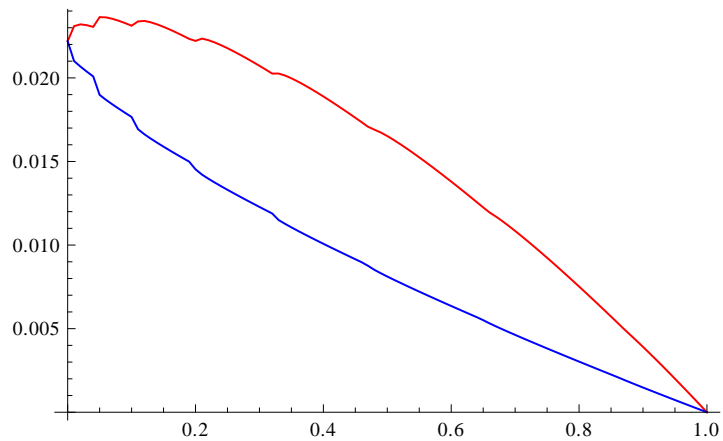
```
powerMaxNList = Map[powerMaxN, nList];
```

```
powerMinNPlot = ListLinePlot[Flatten[Map[Tuples, powerMinNList], 1],
```

```
PlotStyle → {Red}];
```

```
powerMaxNPlot = ListLinePlot[Flatten[Map[Tuples, powerMaxNList], 1], PlotStyle → {Blue}];
```

```
Show[{powerMinNPlot, powerMaxNPlot}]
```



(* Evaluation of the Stability criterion

*)

```
stabilityCriterion = 1 +  $\kappa$   $\tau$ text Sqrt[1 +  $\alpha$  ^ 2] Cos[ $\tau$ text ( $\omega$ 0 +  $\Delta\omega$ ) + ArcTan[ $\alpha$ ]];

```

```
stableMode[a_] :=
  {a[[1]], Pick[a[[2]], Positive[stabilityCriterion /. realworld /.  $\tau$ text  $\rightarrow$  a[[1]] /.  $\Delta\omega \rightarrow$  a[[2]]][
    1]]];

```

```
stableModeList = Map[stableMode, Take[ $\Delta\omega$ List, All]];

```

```
stableModePlot = ListPlot[Flatten[Map[Tuples, stableModeList], 1], PlotStyle  $\rightarrow$  {Blue}]

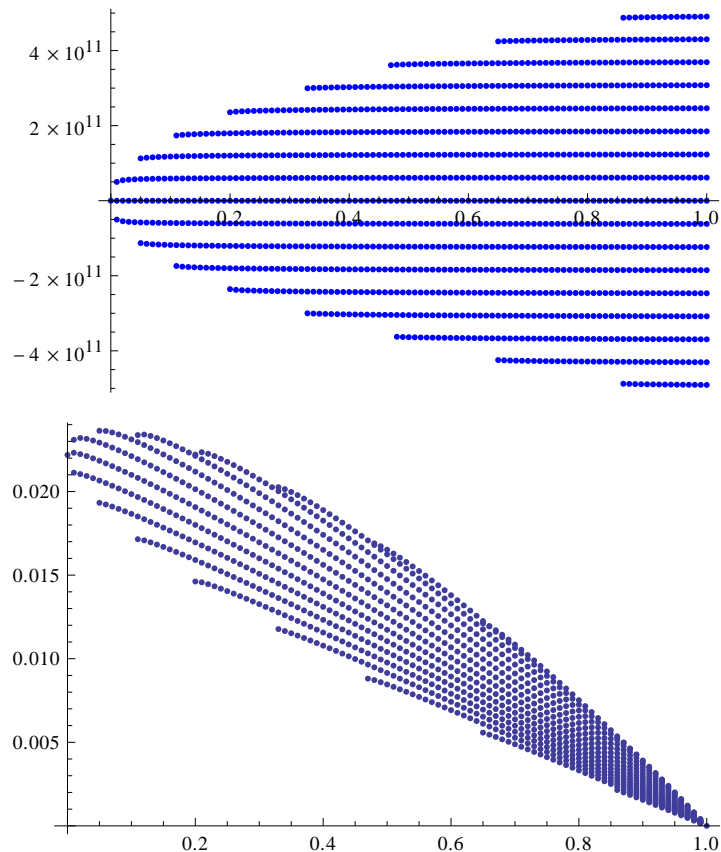
```

```
stableModePowerList = Map[power, Take[stableModeList, All]];

```

```
ListPlot[Flatten[Map[Tuples, stableModePowerList], 1], PlotStyle  $\rightarrow$  Opacity[1]]

```

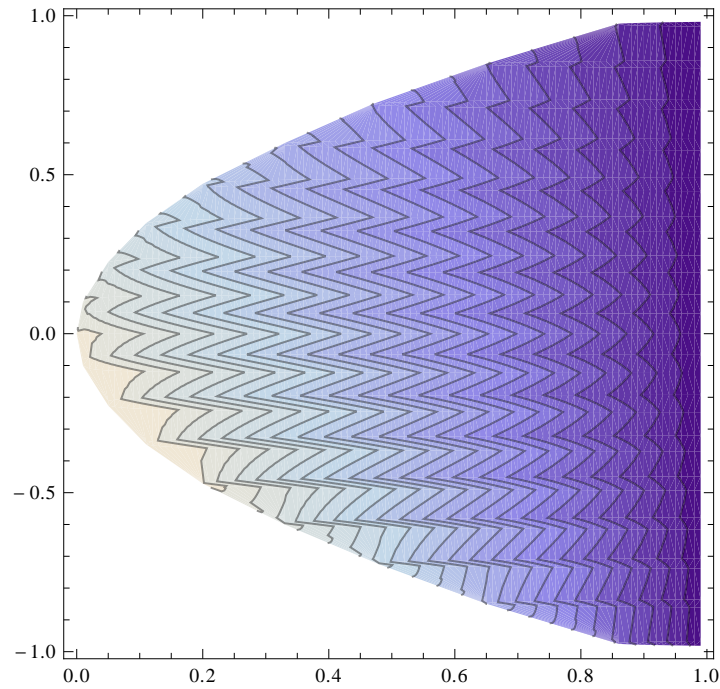



```

cPower[a_] :=
  Flatten[{{a[[1]]}, {a[[2]] * 0.2*^11},
    {Flatten[psFromΔω /. realworld /. rext → a[[1]] /. Δω → a[[2]]}}, 1];
cStability[a_] :=
  Flatten[{{a[[1]]}, {a[[2]] * 0.2*^11},
    {Flatten[1 + κ rext Sqrt[1 + α ^ 2] Cos[rext (ω0 + Δω) + ArcTan[α]] /. realworld /.
      rext → a[[1]] /. Δω → a[[2]]}}, 1];
cPhotons[a_] :=
  Flatten[{{a[[1]]}, {a[[2]] * 0.2*^11},
    {Flatten[psFromΔω /. realworld /. rext → a[[1]] /. Δω → a[[2]]}}, 1];
cCarriers[a_] :=
  Flatten[{{a[[1]]}, {a[[2]] * 0.2*^11},
    {Flatten[nsFromΔω /. realworld /. rext → a[[1]] /. Δω → a[[2]]}}, 1];
cList = Map[cPower, Take[ΔωList, All]];
Clear[plotCList, i1, i2];
plotCList = {};
For[i1 = 1, i1 < Length[cList], i1 ++,
  dataset = cList[[i1];
  For[i2 = 1, i2 ≤ Length[dataset[[2]], i2 ++,
    current = dataset[[1]];
    wlist = dataset[[2]];
    xlist = dataset[[3]];
    res = {current[[1], wlist[[i2], 100 * xlist[[i2]]];
    AppendTo[plotCList, res]
  ]
]

```

ListContourPlot[plotCList, InterpolationOrder → 2, Contours → 20]





C Quelltext zur Transmissionsberechnung eines Drei-Spiegel-Interferometers

Im Folgenden ist der Quelltext des rekursiven Lösungsverfahrens zur Berechnung der Transmission eines Drei-Spiegel-Interferometers aufgelistet. Wie in Abschnitt 3.2.2 bereits diskutiert, stellt dies die Grundlage der Modellierung der aktiven ECDL-Stabilisierungsverfahren dar.

Das Rekursionsverfahren stellte sich für eine Datenanpassung als ungeeignet heraus, da es sehr langsam konvergiert. Bereits die von diesem Programm exemplarisch berechnete Transmission durch drei äquidistante Spiegel mit einer Amplitudenreflektivität von je 50 % benötigt bei einer Rekursionstiefe von 25 sowie 500 Datenpunkten etwa 10 Sekunden auf einem Dualkernprozessor¹ mit 3 GHz Taktfrequenz und 4 GB Arbeitsspeicher. Der daraus resultierende Verlauf der Transmission ist in Abbildung C.1 dargestellt. Dabei wird deutlich, dass eine Rekursionstiefe von 25 nicht ausreicht, da die Transmissionsmaxima noch stark vom theoretischen Wert von 100 % abweichen. Ferner weist die Berechnung in den Tälern noch eine Restwelligkeit auf. Akzeptable Rekursionstiefen beginnen ab Werten von 100, allerdings liegt hier die Rechenzeit bereits bei mehreren Stunden.

Prinzipiell stellt der rekursive Ansatz jedoch eine sehr intuitive und ohne Einschränkungen gültige Form der Lösung des Transmissionsproblems dar und soll daher in der vorliegenden Arbeit präsentiert werden.

Der folgende Quelltext lässt sich beispielsweise mit dem GNU g++ Compiler in einer Konsole leicht kompilieren:

g++ 3-Mirror-Recursion.cpp.

Programmausdruck C.1: 3-Mirror-Recursion.cpp

```
0 #include <iostream>
  #include <complex>
  #include <cstdio>
  using namespace std;
  typedef complex<double> dcmplx;
5
  #define I dcmplx(0.0, 1.0)
  #define depth 15
```

¹ Intel® Core™2 Duo Prozessor, Typ E8400

```

// This simple class encapsulates some matrix-algebra
10 class Matrix {
    public:
        dcmplx a;
        dcmplx b;
        dcmplx c;
15     dcmplx d;

        Matrix();
        Matrix(dcmplx _a);
        Matrix(dcmplx _a, dcmplx _d);
20     Matrix(dcmplx _a, dcmplx _b, dcmplx _c, dcmplx _d);

        Matrix dot(Matrix _m);
        Matrix add(Matrix _m);
};

25 Matrix::Matrix() : a(dcmplx()), b(dcmplx()), c(dcmplx()), d(dcmplx()) { } // Null-Matrix
Matrix::Matrix(dcmplx _a) : a(_a), b(dcmplx()), c(dcmplx()), d(_a) { } // Diagonalmatrix; a=d
Matrix::Matrix(dcmplx _a, dcmplx _d) : a(_a), b(dcmplx()), c(dcmplx()), d(_d) { } // Diagonalmatrix;
Matrix::Matrix(dcmplx _a, dcmplx _b, dcmplx _c, dcmplx _d) : a(_a), b(_b), c(_c), d(_d) { } //
    vollbesetzt;
Matrix Matrix::dot(Matrix _m) {
30     dcmplx res_a, res_b, res_c, res_d;
    res_a = a*_m.a + b*_m.c;
    res_b = a*_m.b + b*_m.d;
    res_c = c*_m.a + d*_m.c;
    res_d = c*_m.b + d*_m.d;
35     return Matrix(res_a, res_b, res_c, res_d);
}
Matrix Matrix::add(Matrix _m) {
    dcmplx res_a, res_b, res_c, res_d;
40     res_a = a + _m.a;
    res_b = b + _m.b;
    res_c = c + _m.c;
    res_d = d + _m.d;
    return Matrix(res_a, res_b, res_c, res_d);
}

45 // This simple class encapsulates some vector-algebra
class Vector {
    public:
        dcmplx x;
50     dcmplx y;

        Vector(); // Null-Vector
        Vector(dcmplx _x, dcmplx _y);

55     void add(Vector _v);
    void dot(Matrix _m);
};
Vector::Vector() : x(dcmplx()), y(dcmplx()) { }
Vector::Vector(dcmplx _x, dcmplx _y) : x(_x), y(_y) { }
60 void Vector::add(Vector _v) {
    x += _v.x;
    y += _v.y;
}
void Vector::dot (Matrix _m) {
65     x = _m.a * x + _m.b * y;
    y = _m.c * x + _m.d * y;
}

// Temporary Matrices holding precalculated results
70 Matrix a,b,c,d,e,f,g;
Vector zeroInt;
// Setup a simple problem: Three equally spaced mirrors with an equal reflectivity of 0.5
Matrix t1(dcmplx(sqrt(0.5), 0.0));
Matrix t2(dcmplx(sqrt(0.5), 0.0));
75 Matrix t3(dcmplx(sqrt(0.5), 0.0));
Matrix t4(dcmplx(sqrt(0.5), 0.0));

```

```

Matrix r1(dcmplx(-sqrt(0.5), 0.0)); // "-" Due to phase jump
Matrix r2(dcmplx(-sqrt(0.5), 0.0)); // "-" Due to phase jump
Matrix r3(dcmplx(sqrt(0.5), 0.0));
80 Matrix r4(dcmplx(sqrt(0.5), 0.0));
// Function Prototypes
Vector Out(Vector beam, double phi1, double phi2);
Vector Ap(Vector beam, int n);
Vector Am(Vector beam, int n);
85 Vector Bp(Vector beam, int n);
Vector Bm(Vector beam, int n);

Vector Out(Vector beam, double phi1, double phi2) {
    Vector v1;
90    Matrix p1(exp(1 * phi1));
    Matrix p2(exp(1 * phi2));
    // Some fixed precalculations
    a = p1.dot(t3);
    b = p1.dot(r2);
95    c = p1.dot(r1);
    d = p2.dot(t4);
    e = p2.dot(r4);
    f = p2.dot(r3);
    g = p2.dot(t2);
100    // Start the recursion
    v1 = Ap(beam, 0);
    v1.dot(t1);
    return v1;
}
105
// These functions model the light path. They call each other recursively.
// If the recursion depth is reached, the recursion tree folds up.
Vector Ap(Vector beam, int n) {
    if (n < depth) {
110        Vector v1, v2;
        v1 = Bp(beam, n+1);
        v2 = Am(beam, n+1);
        v1.dot(a);
        v2.dot(b);
115        v1.add(v2);
        return v1;
    } else {
        return zeroInt;
    }
120 }
Vector Am(Vector beam, int n) {
    if (n < depth) {
        Vector v1;
        v1 = Ap(beam, n+1);
125        v1.dot(c);
        return v1;
    } else {
        return zeroInt;
    }
130 }
Vector Bp(Vector beam, int n) {
    if (n < depth) {
        Vector v1, v2;
        v1 = beam;
135        v2 = Bm(beam, n+1);
        v1.dot(d);
        v2.dot(e);
        v1.add(v2);
        return v1;
140    } else {
        return zeroInt;
    }
}
Vector Bm(Vector beam, int n) {
145    if (n < depth) {
        Vector v1, v2;

```

```

    v1 = Bp(beam, n+1);
    v2 = Am(beam, n+1);
    v1.dot(f);
150   v2.dot(g);
    v1.add(v2);
    return v1;
} else {
    return zeroInt;
155 }
}

// ** main
int main(){
160   Vector beamIn(dcmplx(1.0, 0.0), dcmplx());
    Vector beamOut;
    double phase;
    double temp;
    FILE *pipe = popen("gnuplot -persist", "w");
165   fprintf(pipe, "plot '-' with lines\n");
    // Calculate 500 datapoints from 0 to 2*Pi
    for(int i=0; i<500; i++) {
        phase = i/500.0*6.28;
        beamOut = Out(beamIn, phase, phase);
170         temp = abs(beamOut.x);
        temp = temp * temp;
        fprintf(pipe, "%f\n", temp);
    }
    fprintf(pipe, "e\n");
175   fclose(pipe);
    return 0;
}

```

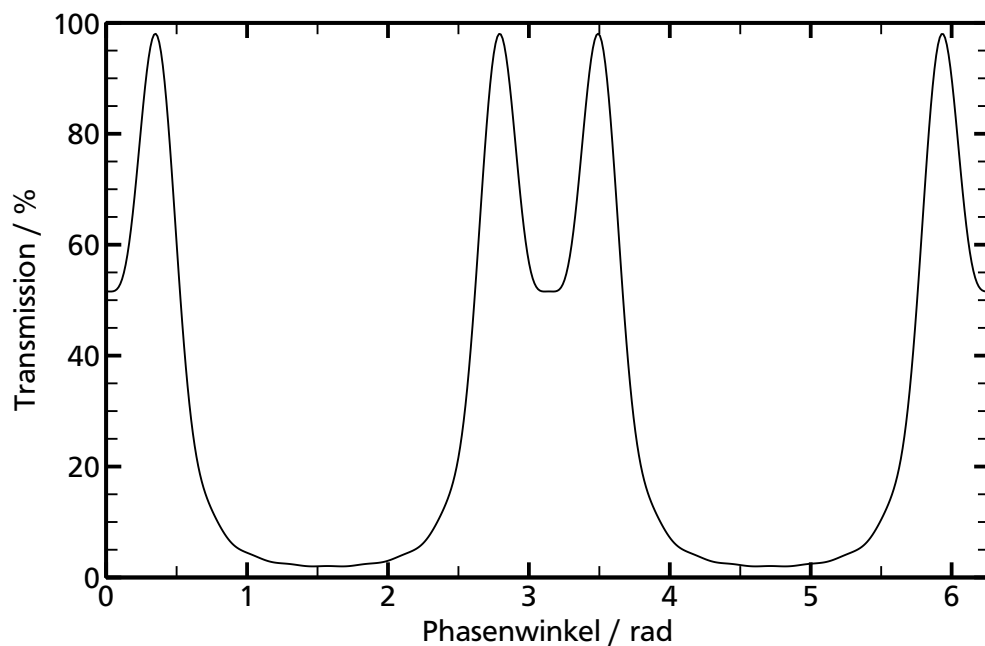


Abb. C.1: Mittels des Programms C.1 berechnete Transmission eines Drei-Spiegel-Interferometers als Funktion des Phasenwinkels $\phi = 2\pi l/\lambda$. Die Rekursionstiefe betrug 25.

D Quelltext zum Modell der aktiven ECDL Stabilisierung

In diesem Kapitel sind die Quelltexte gelistet, die zur Datenanpassung des Modells der aktiven ECDL-Stabilisierung an die gemessenen Verläufe des Fehlersignals genutzt wurden. Das daraus erzeugte Konsolen-Programm wird durch einen globalen Optimierungsalgorithmus des EvA2-Frameworks wiederholt aufgerufen. Dabei wird ein Parametersatz als Argumentenliste an das Programm übergeben. Der Rückgabewert entspricht dann der mittleren quadratischen Abweichung zwischen dem basierend auf diesem Parametersatz berechneten Verlauf des Fehlersignals und den Messdaten.

Das Programm besteht aus mehreren Dateien. In der Hauptdatei *EvaFit.c*, siehe Programmausdruck D.1, befindet sich die Einstiegsfunktion *main* und diverse Routinen zur Datei Ein- und Ausgabe, wie beispielsweise *readData*. Das eigentliche Modell befindet sich in der Datei *Model.c*, siehe Quelltext D.2. Für die Berechnungen werden Funktionen der linearen Algebra benötigt, die in der Datei *Matrix.c* gekapselt sind, siehe Quelltext D.3. Die jeweiligen Header-Dateien dienen lediglich der Prototypen-Definition und sind daher hier nicht angegeben. Um das Programm zu kompilieren, kann beispielsweise der GNU C-Compiler `gcc`¹ direkt in der Konsole aufgerufen werden:

```
gcc Matrix.c Model.c EvaFit.c -lm.
```

Zusätzlich zu den Quelltext-Dateien ist es dabei nötig, gegen die Standard Mathematik-Bibliothek *libm* zu linken.

Neben diesem Programm als Teil des globalen Optimierungsprozesses existiert noch ein weiteres, dass im Anschluss an die globale Optimierungsprozedur ein Levenberg-Marquard Verfahren durchführt. Dabei wird die *cminpack*-Bibliothek², eine Weiterentwicklung der Fortran Minpack-Library [MGH80] verwendet. Das Programm nutzt ebenfalls die Dateien *Model.c* und *Matrix.c*. Als Hauptdatei dient dann *CminpackFit.c*, siehe Listing D.4. Das Kompilieren und Linken des Programms ist beispielsweise wie folgt möglich:

```
gcc Matrix.c Model.c CminpackFit.c -lm -lcminpack.
```

¹ Der GNU C-Compiler `gcc` ist Bestandteil der GNU Compiler Collection GCC, <http://gcc.gnu.org/>.

² <http://devernay.free.fr/hacks/cminpack/cminpack.html>

Programmausdruck D.1: EvaFit.c

```
0  #include <stdio.h>
    #include <stdlib.h>
    #include <string.h>
    #include <math.h>
    #include "model.h"
5
    #define nDataSets 3
    #define nParams (9 + nDataSets * 4)

    struct data {
10     // Contains the voltage points
        double* voltage;
        // Contains the Stokes parameter
        double* s1;
    };
15 // Contains the result of the model
    struct data calcsets[nDataSets];
    // Contains the datasets
    struct data datasets[nDataSets];
    // The number of datapoints !!! Needs to be the same for all datasets !!!
20 int nSamples = 0;
    // 13 for nDataSets = 1, 17 for 2, 21 for 3
    double params[nParams];
    // 13 for nDataSets = 1, 17 for 2, 21 for 3
    double mappedParams[nParams];
25 // 13 for nDataSets = 1, 17 for 2, 21 for 3
    double lower[nParams];
    // 13 for nDataSets = 1, 17 for 2, 21 for 3
    double upper[nParams];
    double bestmse = (double) 1000;
30 double mse;

    int readData(char* fn);
    void initialize(int argc, char *argv[]);
    int calcData(void);
    void cleanup(void);
35 void plotResults(struct data* ds, struct data* cs, int dsSize);
    void saveResults(struct data* ds, struct data* cs, int dsSize);
    void saveLog(int argc, char *argv[]);
    void readLog(void);
40
    // *** Main
    int main(int argc, char *argv[]) {
        int err;

45     // Check if the user supplied a datafile as the command line argument
        if(argc != 2 && argc != 23) {
            fprintf(stderr, "\nUsage:\ta.out datafile\n or\t a.out datafile params[0] params[1] ... \n\n");
            return EXIT_FAILURE;
        }
50     // Assign NULL to the pointers of the struct
        int i = 0;
        for(i = 0; i < nDataSets; i++) {
            datasets[i].voltage = NULL;
            datasets[i].s1 = NULL;
55     }
        // Open and read the datafile
        err = readData(argv[1]);
        if(err != 0) {
            printf("Error ID %i encountered, aborting!\n", err);
60     return EXIT_FAILURE;
        }
        // Initialize the bounds and params
        initialize(argc, argv);
        // Open and read the logfile
65     readLog();
        // Calculations
        double v, value, dev;
```

```

mse = 0;
for(i = 0; i < nSamples; i++) {
70     v = datasets[0].voltage[i];
        value = valueAt(0, v);
        dev = datasets[0].s1[i] - value;
        mse += (dev * dev);
        calcsets[0].s1[i] = value;
75
        v = datasets[1].voltage[i];
        value = valueAt(1, v);
        dev = datasets[1].s1[i] - value;
        mse += (dev * dev);
80     calcsets[1].s1[i] = value;

        v = datasets[2].voltage[i];
        value = valueAt(2, v);
        dev = datasets[2].s1[i] - value;
85     mse += (dev * dev);
        calcsets[2].s1[i] = value;
}
// Return a measure for the quality of the particular param-set
printf("%lf\n", mse);
// If this result is the best so far, save the paramset into a file
90 if(mse < bestmse) {
        saveLog(argc, argv);
        saveResults(datasets, calcsets, nSamples);
        // Plot the results
95     plotResults(datasets, calcsets, nSamples);
}
// Free memory
cleanup();

100 return EXIT_SUCCESS;
}

// *** Open and read the datafile
int readData(char* fn) {
105     int ferr = 0;
        double curV, curS;
        int i = 0;

        // Try to open the specified datafile
110     FILE* fdata = fopen(fn, "r");
        if(fdata == NULL) {
            fprintf(stderr, "Error: Could not open datafile '%s' \n", fn);
            return EXIT_FAILURE;
        }

115     // Read the first line in order to obtain the number of samples
        // !!! All datasets need to have the same number of samples !!!
        ferr = fscanf(fdata, "%i\n", &nSamples);

120     int j = 0;
        for(j = 0; j < nDataSets; j++) {
            // Read the next line in order to obtain the lower and upper bounds for this particular dataset
            ferr = fscanf(fdata, "%lf;%lf\n", &lower[12 + j * 4], &upper[12 + j * 4]);
            if(ferr == EOF)
125             {
                fprintf(stderr, "Error: Unexpected EOF while parsing datafile %s! \n", fn);
                fclose(fdata);
                return EXIT_FAILURE;
            }
            printf("Info: Successfully obtained 'lower[%i]' = %lf and 'upper[%i]' = %lf from file '%s':\n", (12
130                 + j * 4), lower[12 + j * 4], (12 + j * 4), upper[12 + j * 4], fn);

            // Check if memory for the dataset number j has been allocated, alloc if not
            if(datasets[j].voltage == NULL) {
                datasets[j].voltage = malloc(nSamples * sizeof(*datasets[j].voltage));
135             }
            // Check wether allocation was succesful

```

```

140     if(datasets[j].voltage == NULL) {
        fprintf(stderr, "Error: Out of memory while trying to allocate 'datasets[%i].voltage' \n", j);
        fclose(fdata);
        return EXIT_FAILURE;
    } else {
        printf("Info: Successfully allocated %i byte for 'datasets[%i].voltage' \n", nSamples *
            sizeof(*datasets[j].voltage), j);
    }
145     if(datasets[j].s1 == NULL) {
        datasets[j].s1 = malloc(nSamples * sizeof(*datasets[j].s1));
    }
    // Check wether allocation was succesful
    if(datasets[j].s1 == NULL) {
        fprintf(stderr, "Error: Out of memory while trying to allocate 'datasets[%i].s1' \n", j);
150         fclose(fdata);
        return EXIT_FAILURE;
    } else {
        printf("Info: Successfully allocated %i byte for 'datasets[%i].s1' \n", nSamples *
            sizeof(*datasets[j].s1), j);
    }
155     // Check if memory for the calcset number j has been allocated, alloc if not
    if(calcsets[j].voltage == NULL) {
        calcsets[j].voltage = malloc(nSamples * sizeof(*calcsets[j].voltage));
    }
160     // Check wether allocation was succesful
    if(calcsets[j].voltage == NULL) {
        fprintf(stderr, "Error: Out of memory while trying to allocate 'calcsets[%i].voltage' \n", j);
        fclose(fdata);
        return EXIT_FAILURE;
165     } else {
        printf("Info: Successfully allocated %i byte for 'calcsets[%i].voltage' \n", nSamples *
            sizeof(*calcsets[j].voltage), j);
    }
    if(calcsets[j].s1 == NULL) {
        calcsets[j].s1 = malloc(nSamples * sizeof(*calcsets[j].s1));
170     }
    // Check wether allocation was succesful
    if(calcsets[j].s1 == NULL) {
        fprintf(stderr, "Error: Out of memory while trying to allocate 'calcsets[%i].s1' \n", j);
        fclose(fdata);
175         return EXIT_FAILURE;
    } else {
        printf("Info: Successfully allocated %i byte for 'calcsets[%i].s1' \n", nSamples *
            sizeof(*calcsets[j].s1), j);
    }
180     // Read the data of dataset j
    for(i = 0; i < nSamples; i++) {
        ferr = fscanf(fdata, "%lf;%lf\n", &curV, &curS);
        if(ferr != EOF) {
185             datasets[j].voltage[i] = curV;
            datasets[j].s1[i] = curS;
            calcsets[j].voltage[i] = curV;
            calcsets[j].s1[i] = 0;
        } else {
            printf("Warning: EOF encountered. Datafile %s contains more than %i data points, truncating
                \n", fn, nSamples);
190             break;
        }
    }
    char tempstr[10];
    fgets(tempstr, 10, fdata);
195     if(strcmp("end\n", tempstr) != 0) {
        printf("Error parsing file %s, no 'end'-string found!", fn);
    }
    printf("Info: Successfully read %i data points from file '%s' into datasets[%i] \n", i, fn, j);
200 }
    // We're done here, close the file and return no error

```

```

    fclose(fdata);
    return 0;
}
205 // *** Allocate memory and calculate the autocorrelation in the time domain
int calcData(void) {
    return 0;
}
210 // *** Initialize
void initialize(int argc, char *argv[]) {
    int i;
    // Define the upper and lower bounds
215 lower[0] = 60.0e-3; // lext0
    lower[1] = -1.55e-6; // lext1
    lower[2] = -70.0e-9; // lext2
    lower[3] = 400.0e-3; // rg
220 lower[4] = 4.5; // rgPol
    lower[5] = 3.7e-3; // ldiode
    lower[6] = 300.0e-3; // rld1 (rear-facet)
    lower[7] = 10.0e-3; // rld2 (front-facet)
    lower[8] = 500.0e-3; // pol
225 for(i = 0; i < nDataSets; i++) {
    lower[9+4*i] = 779.99e-9; // w0
    lower[10+4*i] = -0.5e-12; // mh0
    lower[11+4*i] = -5.2e-12; // mhf
}
230 upper[0] = 60.001e-3; // lext0
    upper[1] = -1.5e-6; // lext1
    upper[2] = -60.0e-9; // lext2
    upper[3] = 650.0e-3; // rg
235 upper[4] = 5.0; // rgPol
    upper[5] = 3.701e-3; // ldiode
    upper[6] = 990.0e-3; // rld1 (rear-facet)
    upper[7] = 360.0e-3; // rld2 (front-facet)
    upper[8] = 1.0; // pol
240 for(i = 0; i < nDataSets; i++) {
    upper[9+4*i] = 780.01e-9; // w0
    upper[10+4*i] = 0.5e-12; // mh0
    upper[11+4*i] = -4.8e-12; // mhf
}
245 // If there is only one command line parameter, use default values for the parameters for testing
    purposes
    if(argc == 2) {
        params[0] = 0.284318; // lext0
        params[1] = 0.916486; // lext1
250 params[2] = 0.0; // lext2
        params[3] = 0.0; // rg
        params[4] = 0.0; // rgPol
        params[5] = 0.389464; // ldiode
        params[6] = 0.228468; // rld1 (rear-facet)
255 params[7] = 0.911377; // rld2 (front-facet)
        params[8] = 1.0; // pol
        // dataset 0
        params[9] = 0.570293; // w0
        params[10] = 0.536800; // mh0
260 params[11] = 0.387423; // mhf
        params[12] = 0.556059; // qwp dataset 0
        // dataset 1
        if(nDataSets > 1) {
            params[13] = 0.420680; // w0
265 params[14] = 0.571934; // mh0
            params[15] = 0.370362; // mhf
            params[16] = 0.660351; // qwp dataset 1
        }
        // dataset 2
270 if(nDataSets > 2) {

```

```

        params[17] = 0.316849; // w0
        params[18] = 0.285999; // mh0
        params[19] = 0.386312; // mhf
        params[20] = 0.064639; // qwp dataset 2
275     }
    // Otherwise, treat the command line as follows: datafile param[0] param[1] ...
    } else if (argc == 23 && nDataSets == 3) {
        for(i = 0; i < nParams; i++) {
280             params[i] = atof(argv[i + 2]);
        }
    }
    // Calculate the params
    setParams(params, lower, upper, nDataSets);
}
285 // *** Cleanup
void cleanup(void) {
    int i = 0;
    // Free all the memory which has been allocated
290     for(i = 0; i < nDataSets; i++) {
        if(datasets[i].voltage != NULL) {
            free(datasets[i].voltage);
            datasets[i].voltage = NULL;
        }
295         if(datasets[i].s1 != NULL) {
            free(datasets[i].s1);
            datasets[i].s1 = NULL;
        }
        if(calcsets[i].voltage != NULL) {
300             free(calcsets[i].voltage);
            calcsets[i].voltage = NULL;
        }
        if(calcsets[i].s1 != NULL) {
305             free(calcsets[i].s1);
            calcsets[i].s1 = NULL;
        }
    }
}

310 // *** Function for plotting
void plotResults(struct data* ds, struct data* cs, int dsSize) {
    FILE *gnuplotPipe, *tempDataFile;
    char *tempDataFileName;
    double x1, x2, x3, yd1, yd2, yd3, yc1, yc2, yc3;
315     int i, dummy;
    tempDataFileName = "tempData";
    gnuplotPipe = popen("gnuplot --noraise --persist", "w");
    if (gnuplotPipe) {
        tempDataFile = fopen(tempDataFileName, "w");
320         for (i = 0; i < dsSize; i++) {
            x1 = ds[0].voltage[i];
            yd1 = ds[0].s1[i];
            yc1 = cs[0].s1[i];
            x2 = ds[1].voltage[i];
325             yd2 = ds[1].s1[i];
            yc2 = cs[1].s1[i];
            x3 = ds[2].voltage[i];
            yd3 = ds[2].s1[i];
            yc3 = cs[2].s1[i];
330             fprintf(tempDataFile, "%le %le %le %le %le %le %le %le %le\n", x1, yd1, yc1, x2, yd2, yc2, x3,
                yd3, yc3);
        }
        fclose(tempDataFile);

        fprintf(gnuplotPipe, "plot \"%s\" using 1:2 with lines, \"%s\" using 1:3 with lines, \"%s\" using
            4:5 with lines, \"%s\" using 4:6 with lines, \"%s\" using 7:8 with lines, \"%s\" using 7:9
            with lines\n", tempDataFileName, tempDataFileName, tempDataFileName,
            tempDataFileName, tempDataFileName);
335         fflush(gnuplotPipe);
        pclose(gnuplotPipe);
    }
}

```

```

    } else {
        printf("gnuplot not found...");
    }
340 }

// *** Function for saving
void saveResults(struct data* ds, struct data* cs, int dsSize) {
    FILE *tempDataFile;
    char *tempDataFileName;
    tempDataFileName = "plotData.txt";
    double x1, x2, x3, yd1, yd2, yd3, yc1, yc2, yc3;
    int i, dummy;
    tempDataFile = fopen(tempDataFileName, "w");
350 if (tempDataFile) {
    for (i = 0; i < dsSize; i++) {
        x1 = ds[0].voltage[i];
        yd1 = ds[0].s1[i];
        yc1 = cs[0].s1[i];
355 x2 = ds[1].voltage[i];
        yd2 = ds[1].s1[i];
        yc2 = cs[1].s1[i];
        x3 = ds[2].voltage[i];
        yd3 = ds[2].s1[i];
360 yc3 = cs[2].s1[i];
        fprintf(tempDataFile, "%le %le %le %le %le %le %le %le %le\n", x1, yd1, yc1, x2, yd2, yc2, x3,
            yd3, yc3);
    }
    fclose(tempDataFile);
365 }

// *** Write a logfile
void saveLog(int argc, char *argv[]) {
    FILE *logfile;
    logfile = fopen("logfile.txt", "w");

    fprintf(logfile, "MSE\t%.12lf\n", mse);
    fprintf(logfile, "argc\t%i\n", argc);

375 int i;
    for(i = 0; i < nParams; i++) {
        if((i + 2) < argc)
            fprintf(logfile, "argv[%i]\t%.12le\n", i, atof(argv[i + 2]));
    }
380 getMappedParams(mappedParams, nDataSets);
    fprintf(logfile, "\nname\tcmdline\tmapped\tupper\tlower\n");
    fprintf(logfile, "lex0\t%.12le\t%.12le\t%.12le\t%.12le\n", params[0], mappedParams[0], upper[0], lower[0]);
    fprintf(logfile, "lex1\t%.12le\t%.12le\t%.12le\t%.12le\n", params[1], mappedParams[1], upper[1], lower[1]);
385 fprintf(logfile, "lex2\t%.12le\t%.12le\t%.12le\t%.12le\n", params[2], mappedParams[2], upper[2], lower[2]);
    fprintf(logfile, "rg\t%.12le\t%.12le\t%.12le\t%.12le\n", params[3], mappedParams[3], upper[3], lower[3]);
    fprintf(logfile, "rgPol\t%.12le\t%.12le\t%.12le\t%.12le\n", params[4], mappedParams[4], upper[4], lower[4]);
    fprintf(logfile, "ldiode\t%.12le\t%.12le\t%.12le\t%.12le\n", params[5], mappedParams[5], upper[5], lower[5]);
    fprintf(logfile, "rld1\t%.12le\t%.12le\t%.12le\t%.12le\n", params[6], mappedParams[6], upper[6], lower[6]);
390 fprintf(logfile, "rld2\t%.12le\t%.12le\t%.12le\t%.12le\n", params[7], mappedParams[7], upper[7], lower[7]);
    fprintf(logfile, "pol\t%.12le\t%.12le\t%.12le\t%.12le\n", params[8], mappedParams[8], upper[8], lower[8]);
    // dataset 0
    fprintf(logfile, "0:w0\t%.12le\t%.12le\t%.12le\t%.12le\n", params[9], mappedParams[9], upper[9], lower[9]);
    fprintf(logfile, "0:mh0\t%.12le\t%.12le\t%.12le\t%.12le\n", params[10], mappedParams[10], upper[10], lower[10]);
395 fprintf(logfile, "0:mhf\t%.12le\t%.12le\t%.12le\t%.12le\n", params[11], mappedParams[11], upper[11], lower[11]);
    fprintf(logfile, "0:qwp\t%.12le\t%.12le\t%.12le\t%.12le\n", params[12], mappedParams[12], upper[12], lower[12]);
    // dataset 1
    if(nDataSets > 1) {
        fprintf(logfile, "1:w0\t%.12le\t%.12le\t%.12le\t%.12le\n", params[13], mappedParams[13], upper[13], lower[13]);
400 fprintf(logfile, "1:mh0\t%.12le\t%.12le\t%.12le\t%.12le\n", params[14], mappedParams[14], upper[14], lower[14]);
        fprintf(logfile, "1:mhf\t%.12le\t%.12le\t%.12le\t%.12le\n", params[15], mappedParams[15], upper[15], lower[15]);
        fprintf(logfile, "1:qwp\t%.12le\t%.12le\t%.12le\t%.12le\n", params[16], mappedParams[16], upper[16], lower[16]);
    }
    // dataset 2
405 if(nDataSets > 2) {

```

```

        fprintf(logfile, "2:w0\t%le\t%le\t%le\t%le\n", params[17], mappedParams[17], upper[17], lower[17]);
        fprintf(logfile, "2:mh0\t%le\t%le\t%le\t%le\n", params[18], mappedParams[18], upper[18], lower[18]);
        fprintf(logfile, "2:mhf\t%le\t%le\t%le\t%le\n", params[19], mappedParams[19], upper[19], lower[19]);
        fprintf(logfile, "2:qwp\t%le\t%le\t%le\t%le\n", params[20], mappedParams[20], upper[20], lower[20]);
410    }

    fclose(logfile);
}

415 // *** Read a logfile
void readLog(void) {
    FILE *logfile = NULL;
    logfile = fopen("logfile.txt", "r");
    if(logfile) {
420        fscanf(logfile, "MSE\t%lf\n", &bestmse);
        fclose(logfile);
    }
}

```

Programmausdruck D.2: Model.c

```

0  #include "model.h"

#define maxDataSets 10

double lext0, lext1, lext2;
5  double rg, rgPol;
double ldiodie;
double rld1, rld2;
double pol;
double w0[maxDataSets], mh0[maxDataSets], mhf[maxDataSets], qwp[maxDataSets];
10 struct matrix r0, r1, r2;
struct matrix t0, t1, t2, t0i, t1i; // (i)nverse

// *** setParams: Sets the current set of parameters by mapping the range 0 to 1 using the bounds
void setParams(double* params, double* lower, double* upper, int nDataSets) {
15    /* params: Array containing all parameters
       lower:  Array containing the lower bounds
       upper:  Array containing the upper bounds */

    // Map the range 0 to 1 to the range given by the bounds
20    lext0 = params[0] * (upper[0] - lower[0]) + lower[0];
    lext1 = params[1] * (upper[1] - lower[1]) + lower[1];
    lext2 = params[2] * (upper[2] - lower[2]) + lower[2];
    rg = params[3] * (upper[3] - lower[3]) + lower[3];
    rgPol = params[4] * (upper[4] - lower[4]) + lower[4];
25    ldiodie = params[5] * (upper[5] - lower[5]) + lower[5];
    rld1 = params[6] * (upper[6] - lower[6]) + lower[6];
    rld2 = params[7] * (upper[7] - lower[7]) + lower[7];
    pol = params[8] * (upper[8] - lower[8]) + lower[8];
    int i;
    int o, o1, o2, o3, o4;
    for(i = 0; i < nDataSets; i++) {
        o = 4 * i;
        o1 = 9 + o;
        o2 = 10 + o;
35        o3 = 11 + o;
        o4 = 12 + o;
        w0[i] = params[o1] * (upper[o1] - lower[o1]) + lower[o1];
        mh0[i] = params[o2] * (upper[o2] - lower[o2]) + lower[o2];
        mhf[i] = params[o3] * (upper[o3] - lower[o3]) + lower[o3];
40        qwp[i] = params[o4] * (upper[o4] - lower[o4]) + lower[o4];
    }
    // Calculate the r- and t-matrices.
    initdms(&r0, (double complex) sqrt(rld1));
    initdms(&r1, (double complex) sqrt(rld2));
    initdm(&r2, (double complex) sqrt(rg), (double complex) sqrt(rg / rgPol));
45    initdms(&t0, (double complex) sqrt((double) 1 - rld1));
    initdms(&t1, (double complex) sqrt((double) 1 - rld2));
}

```

```

initdm(&t2, (double complex) sqrt((double) 1 - rg), (double complex) sqrt((double) 1 - rg / rgPol));
// These inverse matrices are also needed
50 t0i = t0;
    t1i = t1;
    inversem(&t0i);
    inversem(&t1i);
}
55
// *** getMappedParams: Writes the mapped params obtained using 'params', 'lower', and 'upper' to
    '*mappedParams'
void getMappedParams(double *mappedParams, int nDataSets) {
    mappedParams[0] = lext0;
    mappedParams[1] = lext1;
60 mappedParams[2] = lext2;
    mappedParams[3] = rg;
    mappedParams[4] = rgPol;
    mappedParams[5] = ldiode;
    mappedParams[6] = rld1;
65 mappedParams[7] = rld2;
    mappedParams[8] = pol;
    int i;
    int o;
    for(i = 0; i < nDataSets; i++) {
70 o = 4 * i;
        mappedParams[9 + o] = w0[i];
        mappedParams[10 + o] = mh0[i];
        mappedParams[11 + o] = mhf[i];
        mappedParams[12 + o] = qwp[i];
75 }
}

// *** valueAt: Calculates the model for the current set of parameters and a particular voltage
double valueAt(int i, double voltage) {
80 /* i: Number of the current dataset
    v: The voltage of the current value */

    double lext = lextern(voltage);
    double wl = wavelength(i, lext);
85 double phi1 = phi(l diode, wl);
    double phi2 = phi(lext, wl);
    double absx, absy;
    double res;

90 // Define the input vector
    struct vector startv = {0.97941 - 0.1727 * I, -0.10294 + 0.01815 * I};
    struct matrix tm;

    transm(&tm, phi1, phi2, i);
    mdv(&tm, &startv);
95 absx = cabs(startv.x);
    absy = cabs(startv.y);
    res = (absx * absx - absy * absy) / (absx * absx + absy * absy);
    return (res);
100 }

// *** lext: Calculates the length of the external resonator
double lextern(double voltage) {
    double lext = (lext0 + (lext1 * voltage) + (lext2 * voltage * voltage));
105 return lext;
}

// *** wavelength: Calculates the wavelength
double wavelength(int i, double lext) {
110 double x = lext / lext0 * w0[i] + mh0[i] - w0[i];
    double y = mhf[i];
    double fm = x - y * (double) floor(x / y);
    double wl = fm + w0[i];
    return wl;
115 }

```

```

// *** phi: calculates a propagation phase
double phi(double length, double wavelength) {
    double res = ((double) 2.0 * M_PI * length / wavelength);
120     return res;
}

// *** Calculates the transmission matrix of the ECDL, stores the matrix in tm
void transm(struct matrix* tm, double phi1, double phi2, int i) {
125     struct matrix p0, p1, p0i, p1i; // (i)nverse
    struct matrix qwpm;
    struct matrix temp1, temp2, temp3, temp4;
    struct matrix tempres1, tempres2;
    struct matrix A, A1, A2, B, B1, B2;
130     struct matrix t;

    // Calculate the cavity matrix of the laserdiode (phi*pol)
    initdms(&p0, cexp((double complex) 1 * phi1));
    p0.d = p0.d * pol;
135     p0i = p0;
    inversem(&p0i);
    // Calculate the cavity matrix of the external cavity
    initdms(&p1, cexp((double complex) 1 * phi2));
    mqwp(&qwpm, (qwp[i] / (double) 180 * M_PI));
140     mdm(&p1, &qwpm);
    p1i = p1;
    inversem(&p1i);
    // Calculate temp1 = t0^-1 * p0^-1 * t1^-1
    tempres1 = p0i;
145     temp1 = t0i;
    mdm(&tempres1, &t1i);
    mdm(&temp1, &tempres1);
    // Calculate temp2 = t0^-1 * r0 * p0 * t1^-1
    tempres1 = p0;
150     tempres2 = r0;
    temp2 = t0i;
    mdm(&tempres1, &t1i);
    mdm(&tempres2, &tempres1);
    mdm(&temp2, &tempres2);
155     // Calculate temp3 = r1 * p1
    temp3 = r1;
    mdm(&temp3, &p1);
    // Calculate temp4 = r1 * p1^-1
    temp4 = r1;
160     mdm(&temp4, &p1i);
    // Calculate A = temp1 * p1^-1 + temp2 * temp4
    A1 = temp1;
    A2 = temp2;
    mdm(&A1, &p1i);
165     mdm(&A2, &temp4);
    mpm(&A1, &A2);
    A = A1;
    // Calculate B = -temp1 * temp3 - temp2 * p1
    B1 = temp1;
170     B2 = temp2;
    mdm(&B1, &temp3);
    mdm(&B2, &p1);
    mpm(&B1, &B2);
    B = B1;
175     // Calculate t = t2 * (A - B * r2)^-1
    t = t2;
    mdm(&B, &r2);
    mpm(&A, &B);
    inversem(&A);
180     mdm(&t, &A);
    // Store the result in tm
    tm->a = t.a;
    tm->b = t.b;
    tm->c = t.c;
185     tm->d = t.d;
}

```


Programmausdruck D.3: Matrix.c

```
0  #include <stdio.h>
   #include "matrix.h"

   // Initializes m with the given values
void initm(struct matrix* m, double complex a, double complex b, double complex c, double complex d) {
5   m->a = a;
   m->b = b;
   m->c = c;
   m->d = d;
}

10  // Initializes a diagonal matrix with the given values. b and c are set to 0.0+i*0.0
void initdm(struct matrix* m, double complex a, double complex d) {
   m->a = a;
   m->b = (double complex) 0;
   m->c = (double complex) 0;
15  m->d = d;
}

   // Initializes a diagonal matrix with the given values. !!! Here a=d !!! b and c are set to 0.0+i*0.0
void initdms(struct matrix* m, double complex a) {
   m->a = a;
20  m->b = (double complex) 0;
   m->c = (double complex) 0;
   m->d = a;
}

   // Initializes the identity matrix a=1, b=0, c=0, d=1
25  void identm(struct matrix* m) {
   m->a = (double complex) 1;
   m->b = (double complex) 0;
   m->c = (double complex) 0;
   m->d = (double complex) 1;
30  }

   // Matrix plus Matrix, result is stored in m1
void mpm(struct matrix* m1, struct matrix* m2) {
   m1->a = m1->a + m2->a;
   m1->b = m1->b + m2->b;
35  m1->c = m1->c + m2->c;
   m1->d = m1->d + m2->d;
}

   // Matrix minus Matrix, result is stored in m1
void mmm(struct matrix* m1, struct matrix* m2) {
40  m1->a = m1->a - m2->a;
   m1->b = m1->b - m2->b;
   m1->c = m1->c - m2->c;
   m1->d = m1->d - m2->d;
}

45  // Matrix times Matrix, result is stored in m1
   // !!! Component-wise! See also mdm!
void mtm(struct matrix* m1, struct matrix* m2) {
   m1->a = m1->a * m2->a;
   m1->b = m1->b * m2->b;
50  m1->c = m1->c * m2->c;
   m1->d = m1->d * m2->d;
}

   // Constant times Matrix, result is stored in m
void ctm(complex double c, struct matrix* m) {
55  m->a = c * m->a;
   m->b = c * m->b;
   m->c = c * m->c;
   m->d = c * m->d;
}

60  // Matrix dot Matrix, result is stored in m1
void mdm(struct matrix* m1, struct matrix* m2) {
   struct matrix res;
   res.a = m1->a * m2->a + m1->b * m2->c;
   res.b = m1->a * m2->b + m1->b * m2->d;
65  res.c = m1->c * m2->a + m1->d * m2->c;
   res.d = m1->c * m2->b + m1->d * m2->d;
   m1->a = res.a;
```

```

    m1->b = res.b;
    m1->c = res.c;
70    m1->d = res.d;
}
// Matrix dot Vector, result is stored in v
void mdv(struct matrix* m, struct vector* v) {
    struct vector res;
75    res.x = m->a * v->x + m->b * v->y;
    res.y = m->c * v->x + m->d * v->y;
    v->x = res.x;
    v->y = res.y;
}
80 // Print a matrix formatted traditionally
void printm(struct matrix* m) {
    printf("|%lf + i * %lf\t%lf + i * %lf|\n", creal(m->a), cimag(m->a), creal(m->b), cimag(m->b));
    printf("|%lf + i * %lf\t%lf + i * %lf|\n\n", creal(m->c), cimag(m->c), creal(m->d), cimag(m->d));
}
85 // Print a vector formatted traditionally
void printv(struct vector* v) {
    printf("|%lf + i * %lf|\n", creal(v->x), cimag(v->x));
    printf("|%lf + i * %lf|\n\n", creal(v->y), cimag(v->y));
}
90 // QWP-matrix rotated about alpha, result stored in qwp
// !!! Angle in radian!
void mqwp(struct matrix* qwp, double angle) {
    double complex c = -M_SQRT1_2 * 1;
    double theta = (double) 2 * angle;
95    double temp1 = cos(theta);
    double complex temp2 = c * sin(theta);

    qwp->a = c * (1 + temp1);
    qwp->b = temp2;
100    qwp->c = temp2;
    qwp->d = c * (1 - temp1);
}
// HWP-matrix rotated about alpha, result stored in hwp
// !!! Angle in radian!
105 void mhwp(struct matrix* hwp, double angle) {
    double theta = (double) 2 * angle;
    double complex temp1 = 1 * cos(theta);
    double complex temp2 = 1 * sin(theta);

110    hwp->a = temp1;
    hwp->b = temp2;
    hwp->c = temp2;
    hwp->d = -temp1;
}
115 // Calculates the determinant of matrix m
double complex detm(struct matrix* m) {
    return (m->a * m->d) - (m->b * m->c);
}
// Calculates the inverse of matrix m, result stored in m
120 void inversem(struct matrix* m) {
    double complex temp = (double complex) 1 / detm(m);
    double complex ma = m->a;
    m->a = m->d;
    m->b = -m->b;
125    m->c = -m->c;
    m->d = ma;
    ctm(temp, m);
}

```

Programmausdruck D.4: CminpackFit.c

```

0 #include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
#include <string.h>
#include <math.h>
#include <cminpack-1/cminpack.h>

```

```

5  #include "model.h"

#define nDataPoints 1684
#define nDataSets 3
#define nParams (9 + nDataSets * 4)
10 struct data {
    double* voltage;    // Contains the voltage points
    double* s1;         // Contains the Stokes parameter
};

15 struct data calcsets[nDataSets]; // Contains the result of the model
struct data datasets[nDataSets]; // Contains the datasets

int nSamples = 0;        // The number of datapoints !!! Needs to be the same for all datasets !!!
20 double startparams[nParams]; // The start values obtained from the PSO/EA/GA
double params[nParams];    // 13 for nDataSets = 1, 17 for 2 , 21 for 3
double mappedParams[nParams]; // 13 for nDataSets = 1, 17 for 2 , 21 for 3
double lower[nParams];    // 13 for nDataSets = 1, 17 for 2 , 21 for 3
double upper[nParams];    // 13 for nDataSets = 1, 17 for 2 , 21 for 3
25 int readData(char* fn);
void cleanup(void);
void plotResults(struct data* ds, struct data* cs, int dsSize);
void readLog(char* fn);
30 int fcn(void *p, int m, int n, const double *x, double *fvec, int iflag);

// *** Main
35 int main(int argc, char *argv[]) {
    int err;
    int i = 0;

    // Check if the user supplied a datafile as the command line argument
40 if (argc != 3) {
        fprintf(stderr, "\nUsage: \ta.out datafile resultfile\n\n");
        return EXIT_FAILURE;
    }
    // Assign NULL to the pointers of the struct
45 for (i = 0; i < nDataSets; i++) {
        datasets[i].voltage = NULL;
        datasets[i].s1 = NULL;
        calcsets[i].voltage = NULL;
        datasets[i].s1 = NULL;
50 }
    // Open and read the datafile
    err = readData(argv[1]);
    if (err != 0) {
        printf("Error ID %i encountered, aborting!\n", err);
55 return EXIT_FAILURE;
    }
    // Open and read the logfile, e.g. populate the start vector and the boundaries
    readLog(argv[2]);
    // Initialize all variables
60 int j, m, n, maxfev, mode, nprint, info, nfev, ldfjac;
    int ipvt[nParams];
    double ftol, xtol, gtol, epsfcn, factor, fnorm;
    double x[nParams], fvec[nDataSets * nDataPoints], diag[nParams], fjac[nDataPoints * nDataSets *
        nParams], qtf[nParams], wa1[nParams], wa2[nParams], wa3[nParams], wa4[nDataSets * nDataPoints];
    double covfac;
65 m = nDataSets * nDataPoints;
    n = nParams;
    ldfjac = nDataSets * nDataPoints;
    ftol = 1.0e-200;
    xtol = 1.0e-200;
70 gtol = 0.;
    maxfev = 1000;
    epsfcn = 0.;

```

```

mode = 1;
75 factor = 1.e2;
nprint = 0;
for(i=0; i<nParams; i++) {
    x[i] = startparams[i];
}
80 printf("Info: Tolerance set to: ftol = %le, xtol = %le, gtol = %le \n", ftol, xtol, gtol);
// Do the fit
info = lmdif(fcn, 0, m, n, x, fvec, ftol, xtol, gtol, maxfev, epsfcn, diag, mode, factor, nprint,
    &nfev, fjac, ldjac, ipvt, qtf, wa1, wa2, wa3, wa4);
fnorm = enorm(m, fvec);
ftol = 1.0e-200;
85 covfac = fnorm*fnorm/(m-n);
covar(n, fjac, ldjac, ipvt, ftol, wa1);

printf("    final l2 norm of the residuals%15.7g\n\n", fnorm);
printf("    number of function evaluations%10i\n\n", nfev);
90 printf("    exit parameter          %10i\n\n", info);
printf("    final approximate solution\n");
printf(" \n\n");
for(j = 1; j <= n; j++)
    printf("    x[%i] = %lf +/- %lf\n", j, x[j-1], sqrt(fjac[(j-1) * ldjac+j-1] * covfac));
95 printf(" \n");

fcn(NULL, m, n, x, fvec, 0);
printf(" Final mapped params:\n");
getMappedParams(mappedParams, nDataSets);
100 for(i = 1; i <= nParams; i++) {
    printf(" x[%i] = %le\n", i, mappedParams[i-1]);
}

plotResults(datasets, calcsets, nSamples);
105 printf(" \n");
// Free memory
cleanup();
return EXIT_SUCCESS;
}
110 // *** Open and read the datafile
int readData(char* fn) {
    int ferr = 0;
    double curV, curS;
115 int i = 0;

    // Try to open the specified datafile
    FILE* fdata = fopen(fn, "r");
    if(fdata == NULL) {
120         fprintf(stderr, "Error: Could not open datafile '%s' \n", fn);
        return EXIT_FAILURE;
    }

    // Read the first line in order to obtain the number of samples
125 // !!! All datasets need to have the same number of samples !!!
    ferr = fscanf(fdata, "%i\n", &nSamples);

    int j = 0;
    for(j = 0; j < nDataSets; j++) {
130         // Read the next line in order to obtain the lower and upper bounds for this particular dataset
        ferr = fscanf(fdata, "%lf;%lf\n", &lower[12 + j * 4], &upper[12 + j * 4]);
        if(ferr == EOF)
        {
            fprintf(stderr, "Error: Unexpected EOF while parsing datafile %s! \n", fn);
135             fclose(fdata);
            return EXIT_FAILURE;
        }
        printf("Info: Succesfully obtained 'lower[%i]' = %lf and 'upper[%i]' = %lf from file '%s':\n", (12
            + j * 4), lower[12 + j * 4], (12 + j * 4), upper[12 + j * 4], fn);

140         // Check if memory for the dataset number j has been allocated, alloc if not
        if(datasets[j].voltage == NULL) {

```

```

        datasets[j].voltage = malloc(nSamples * sizeof(*datasets[j].voltage));
    }
    // Check wether allocation was succesful
145 if(datasets[j].voltage == NULL) {
        fprintf(stderr, "Error: Out of memory while trying to allocate 'datasets[%i].voltage' \n", j);
        fclose(fdata);
        return EXIT_FAILURE;
    } else {
150     printf("Info: Succesfully allocated %i byte for 'datasets[%i].voltage' \n", nSamples *
            sizeof(*datasets[j].voltage), j);
    }
    if(datasets[j].s1 == NULL) {
        datasets[j].s1 = malloc(nSamples * sizeof(*datasets[j].s1));
    }
155 // Check wether allocation was succesful
    if(datasets[j].s1 == NULL) {
        fprintf(stderr, "Error: Out of memory while trying to allocate 'datasets[%i].s1' \n", j);
        fclose(fdata);
        return EXIT_FAILURE;
160 } else {
        printf("Info: Succesfully allocated %i byte for 'datasets[%i].s1' \n", nSamples *
            sizeof(*datasets[j].s1), j);
    }

    // Check if memory for the calcset number j has been allocated, alloc if not
165 if(calcsets[j].voltage == NULL) {
        calcsets[j].voltage = malloc(nSamples * sizeof(*calcsets[j].voltage));
    }
    // Check wether allocation was succesful
    if(calcsets[j].voltage == NULL) {
170     fprintf(stderr, "Error: Out of memory while trying to allocate 'calcsets[%i].voltage' \n", j);
        fclose(fdata);
        return EXIT_FAILURE;
    } else {
        printf("Info: Succesfully allocated %i byte for 'calcsets[%i].voltage' \n", nSamples *
            sizeof(*calcsets[j].voltage), j);
175 }
    if(calcsets[j].s1 == NULL) {
        calcsets[j].s1 = malloc(nSamples * sizeof(*calcsets[j].s1));
    }
    // Check wether allocation was succesful
180 if(calcsets[j].s1 == NULL) {
        fprintf(stderr, "Error: Out of memory while trying to allocate 'calcsets[%i].s1' \n", j);
        fclose(fdata);
        return EXIT_FAILURE;
    } else {
185     printf("Info: Succesfully allocated %i byte for 'calcsets[%i].s1' \n", nSamples *
            sizeof(*calcsets[j].s1), j);
    }

    // Read the data of dataset j
    for(i = 0; i < nSamples; i++) {
190     ferr = fscanf(fdata, "%lf;%lf\n", &curV, &curS);
        if(ferr != EOF) {
            datasets[j].voltage[i] = curV;
            datasets[j].s1[i] = curS;
            calcsets[j].voltage[i] = curV;
195     calcsets[j].s1[i] = 0;
        } else {
            printf("Warning: EOF encountered. Datafile %s contains more than %i data points, truncating
                \n", fn, nSamples);
            break;
        }
    }
200 }
    char tempstr[10];
    fgets(tempstr, 10, fdata);
    if(strcmp("end\n", tempstr) != 0) {
        printf("Error parsing file %s, no 'end'-string found!", fn);
205 }
    printf("Info: Succesfully read %i data points from file '%s' into datasets[%i] \n", i, fn, j);

```

```

    }
    // We're done here, close the file and return no error
    fclose(fdata);
210 return 0;
}

// *** Cleanup
void cleanup(void) {
215 int i = 0;
    // Free all the memory which has been allocated
    for(i = 0; i < nDataSets; i++) {
        if(datasets[i].voltage != NULL) {
            free(datasets[i].voltage);
220 datasets[i].voltage = NULL;
        }
        if(datasets[i].s1 != NULL) {
            free(datasets[i].s1);
            datasets[i].s1 = NULL;
225 }
        if(calcsets[i].voltage != NULL) {
            free(calcsets[i].voltage);
            calcsets[i].voltage = NULL;
        }
230 if(calcsets[i].s1 != NULL) {
            free(calcsets[i].s1);
            calcsets[i].s1 = NULL;
        }
    }
235 }

// *** Function for plotting
void plotResults(struct data* ds, struct data* cs, int dsSize) {
    FILE *gnuplotPipe, *tempDataFile;
240 char *tempDataFileName;
    double x1, x2, x3, yd1, yd2, yd3, yc1, yc2, yc3;
    int i, dummy;
    tempDataFileName = "tempData";
    gnuplotPipe = popen("gnuplot", "w");
245 if (gnuplotPipe) {
        tempDataFile = fopen(tempDataFileName, "w");
        for (i = 0; i < dsSize; i++) {
            x1 = ds[0].voltage[i];
            yd1 = ds[0].s1[i];
250 yc1 = cs[0].s1[i];
            x2 = ds[1].voltage[i];
            yd2 = ds[1].s1[i];
            yc2 = cs[1].s1[i];
            x3 = ds[2].voltage[i];
            yd3 = ds[2].s1[i];
255 yc3 = cs[2].s1[i];
            fprintf(tempDataFile, "%le %le %le %le %le %le %le %le %le\n", x1, yd1, yc1, x2, yd2, yc2, x3,
                yd3, yc3);
        }
        fclose(tempDataFile);
260 fprintf(gnuplotPipe, "plot \"%s\" using 1:2 with lines, \"%s\" using 1:3 with lines, \"%s\" using
            4:5 with lines, \"%s\" using 4:6 with lines, \"%s\" using 7:8 with lines, \"%s\" using 7:9
            with lines\n", tempDataFileName, tempDataFileName, tempDataFileName, tempDataFileName,
                tempDataFileName, tempDataFileName);
        fflush(gnuplotPipe);
        printf("press enter to continue...");
        getchar();
        remove(tempDataFileName);
265 pclose(gnuplotPipe);
    } else {
        printf("gnuplot not found...");
    }
}
270

// *** Open and read a logfile, fill params[], upper[], and lower[] !!! No error handling done here !!!
void readLog(char* fn) {

```

```

int n1 = 27;
int n2 = n1 + nParams - 1;
275 double dummy;
char temp[255];
char puffer[255];
FILE *logfile = NULL;
logfile = fopen(fn, "r");

280 if(logfile) {
    int i, j;
    for(i = 0; i < n1-1; i++) {
        // Read up to the n1th line
285         fgets(temp, 255, logfile);
    }
    for(i = n1; i <= n2; i++) {
        j = i - n1;
        // Read lines from n1 to n2
290         fgets(puffer, 255, logfile);
        sscanf(puffer, "%s\t%lf\t%lf\t%lf\t%lf", temp, &startparams[j], &dummy, &upper[j], &lower[j]);
    }
    setParams(startparams, lower, upper, nDataSets);
    getMappedParams(mappedParams, nDataSets);
295     for(i = 0; i < nParams; i++) {
        printf("%i: mappedparams = %le\tupper = %le\tlower = %le\n", i, mappedParams[i], upper[i],
            lower[i]);
    }
    fclose(logfile);
300 }

// *** Function for the fitting procedure (cminpack)
int fcn(void *p, int m, int n, const double *x, double *fvec, int iflag) {
/* m: Anzahl Datenpunkte
305  n: Anzahl Parameter
   x: Start-Werte und aktuelle Parameter
   fvec: Diff. zw. Data und Model */

    int i, j;
310    double v, value, dev;

    // Set the new params for this calculation run
    setParams((double *) x, lower, upper, nDataSets);
    // Calculate the model
315    for(i = 0; i < nSamples; i++) {
        v = datasets[0].voltage[i];
        calcsets[0].s1[i] = valueAt(0, v);
        fvec[i] = datasets[0].s1[i] - calcsets[0].s1[i];

320        v = datasets[1].voltage[i];
        calcsets[1].s1[i] = valueAt(1, v);
        fvec[(i + nSamples)] = datasets[1].s1[i] - calcsets[1].s1[i];

        v = datasets[2].voltage[i];
325        calcsets[2].s1[i] = valueAt(2, v);
        fvec[(i + 2*nSamples)] = datasets[2].s1[i] - calcsets[2].s1[i];
    }
    return(0);
}

```



E Quelltext zum Modell der Schwebungsspektren

In diesem Kapitel ist der Quelltext gelistet, der zur Datenanpassung des Modells der Schwebungsspektren an die gemessenen Schwebungen genutzt wurde. Das daraus erzeugte Konsolen-Programm erwartet neben der Datei mit den Messdaten die Startwerte für die Leistung $P_0 = |E_0|^2$ und den Faktor des weißen Rauschens $s_0 = k_0$. Diese Startwerte werden in einem vorangestellten globalen Optimierungsverfahren vorkonditioniert. Nach der Datenanpassung stellt das Programm die Messdaten sowie den Fit im Vergleich graphisch dar und schreibt die Ergebnisse so wie etwaige Fehler in die Konsole. Die Ausgabe des Programms lässt sich unter Linux mittels der Pipe-Befehls leicht in eine Protokolldatei umleiten:

```
fit datafile p0 s0 > result.txt.
```

Um das Programm zu kompilieren, kann beispielsweise der GNU C-Compiler gcc direkt in der Konsole aufgerufen werden:

```
gcc -O3 -o fit Bs-CminpackFit.c -lm -lgsl -lblas -lcminpack.
```

Zusätzlich zu den Quelltext-Dateien ist es dabei nötig, gegen die Standard Mathematik-Bibliothek *libm* sowie die in Anhang D bereits vorgestellte Bibliothek *cminpack* zu linken.

Programmausdruck E.1: Bs-CminpackFit.c

```
0 #include <stdio.h>
  #include <stdlib.h>
  #include <math.h>
  #include <gsl/gsl_integration.h>
  #include <gsl/gsl_errno.h>
5 #include <cminpack-1/cminpack.h>

  // Maximum number of subintervals for the numerical integration. May not exceed the allocated size of the
  // workspace.
  #define limit 50
  // To avoid the frequency of the fourier integral from being zero, it is checked against epsilon. Only
  // required for very high res datasets
10 // #define epsilon 1.0e-4
  #define epsilon 0.
  // The filename for the file used for plotting
  #define tempDataFileName "tempGNUPlotData.dat"
  // This struct stores a single datapoint of a spectrum
15 struct datapoint {
    double frequency; // Unit: MHz
    double amplitude; // Unit: dBm
};
```

```

struct fittingParams {
20     double p0;
        double t0;
        double s0;
        double k1;
        double k2;
25     double fMod;
};
// Function Prototypes
int readDatafile(char* fn);
double modelFunctionTD(double t, void* params);
30 double modelFunctionFD(double f, void* params);
int fitFunction(void *p, int m, int n, const double *x, double *fvec, int iflag);
int doFit(void* startParams);
void plotResults(void);
// Global Variables
35 int nSamples = 0;
int iteration = 0;
struct datapoint* data = NULL;
struct datapoint* model = NULL;
gsl_integration_workspace* w = NULL;
40 gsl_integration_qawo_table* wf = NULL;
FILE* gnuplotPipe = NULL;
FILE* tempDataFile = NULL;

// *** Main
45 int main(int argc, char *argv[]) {
    // Check if we have exactly three cmd-line parameters
    if(argc != 4) {
        fprintf(stderr, "\nUsage: fit datafile p0start s0start \n");
        return EXIT_FAILURE;
50     }
    // Read the datafile
    if(readDatafile(argv[1]) != 0)
    {
        fprintf(stderr, "-- Error: Could not read the datafile.\n");
55     return EXIT_FAILURE;
    }
    // Initialize the start values for the fit
    double p0 = pow(10.0, (atof(argv[2]) * 8.0 - 10.0));
    double s0 = pow(10.0, (atof(argv[3]) * 3.0 - 2.7));
60     // p0, t0, s0, k1, k2, fMod
    struct fittingParams testParams = { p0, 1.74, s0, 0.01, 0.001, 80.0 };
    // Turn off the gsl error handler since we don't want gsl to abort the program
    gsl_set_error_handler_off();
    // Do the fit
65     doFit(&testParams);
    // Cleanup
    if(data != NULL) {
        free(data);
        data = NULL;
70     }
    if(model != NULL) {
        free(model);
        model = NULL;
    }
75     if(w != NULL) {
        gsl_integration_workspace_free (w);
        w = NULL;
    }
    if(wf != NULL) {
80         gsl_integration_qawo_table_free (wf);
        wf = NULL;
    }
    if(tempDataFile != NULL) {
        tempDataFile = NULL;
85     }
    if(gnuplotPipe != NULL) {
        pclose(gnuplotPipe);
        gnuplotPipe = NULL;
    }
}

```

```

    }
    // Exit main
    return EXIT_SUCCESS;
}

// *** Open and read a datafile
95 int readDatafile(char* fn) {
    printf("o - Info: Trying to read datafile '%s'\n", fn);
    int ferr = 0;
    nSamples = 0;
    FILE* fdata = fopen(fn, "r");
100 if(fdata == NULL) {
    fprintf(stderr, "- - Error: Could not open datafile '%s'\n", fn);
    return -1;
    }
    else {
105 // Read the first line in order to obtain the number of samples
    ferr = fscanf(fdata, "%i\n", &nSamples);
    if(ferr == EOF) {
    fprintf(stderr, "- - Error: Unexpected EOF!\n", fn);
    fclose(fdata);
110 return -2;
    }
    printf("o - Info: From file '%s': Samples = %i\n", fn, nSamples);
    }
    // Allocate memory and read the data
115 if(data == NULL) {
    data = malloc(nSamples * sizeof(*data));
    }
    if(model == NULL) {
    model = malloc(nSamples * sizeof(*model));
120 }
    if(data == NULL) {
    fprintf(stderr, "- - Error: Out of memory while trying to allocate '%i' byte for data.\n", nSamples
        * sizeof(double));
    fclose(fdata);
    return -3;
125 }
    if(model == NULL) {
    fprintf(stderr, "- - Error: Out of memory while trying to allocate '%i' byte for model.\n",
        nSamples * sizeof(double));
    fclose(fdata);
    return -3;
130 }
    printf("+ - Successfully allocated '%i' byte for data.\n", nSamples * sizeof(*data));
    printf("+ - Successfully allocated '%i' byte for model.\n", nSamples * sizeof(*model));

    double curFrequency;
    double curAmplitude;
135 int i = 0;
    while((fscanf(fdata, "%lf %lf\n", &curFrequency, &curAmplitude)) != EOF) {
    if(i < nSamples) {
    data[i].frequency = curFrequency;
140 data[i].amplitude = curAmplitude;
    i++;
    } else {
    printf("o - Warning: File contains more than %i data points, truncating\n", nSamples);
    break;
145 }
    }
    if(i < nSamples) {
    printf("o - Warning: Unexpected EOF while reading file '%s': lastline = '%i', nSamples = '%i'.\n",
        fn, i, nSamples);
    }
150 printf("+ - Successfully read '%i' data points from file '%s'.\n", i, fn);
    fclose(fdata);
    return 0;
    }
155 // *** The model (based on mercer et. al) in the time domain

```

```

double modelFunctionTD (double t, void* params) {
    struct fittingParams* p = (struct fittingParams*) params;
    double t0 = (p->t0);
    double s0 = (p->s0);
160    double k1 = (p->k1);
    double k2 = (p->k2);
    double l, g, r, f, arg;
    double c = k1 * M_1_PI / 2.0;
    double a = fabs(t + t0);
165    double b = fabs(t - t0);
    double s1, s2, s3, s4, sum;
    double x = t / t0;
    if(fabs(t) < t0) {
        arg = -(s0 * fabs(t));
170        s1 = pow(a, -c * a*a);
        s2 = pow(b, -c * b*b);
        s3 = pow(fabs(t), 2.0 * c * t*t);
        s4 = pow(fabs(t0), 2.0 * c * t0*t0);
        g = s1 * s2 * s3 * s4;
175    } else if(fabs(t) == t0) {
        arg = -(s0 * fabs(t));
        g = 1.0;
    }
    else {
180        arg = -(s0 * t0);
        s1 = -2.0 * t * atanh(1.0 / (2.0 * x*x - 1.0));
        s2 = 4.0 * t0 * atanh(t0 / t);
        s3 = (t0*t0 / t) * log(-1.0 + x*x);
        sum = -c * t * (s1 + s2 + s3);
185        g = exp(sum);
    }
    r = exp(-k2 * (a*a*a + b*b*b - 2 * (t*t*t + t0*t0*t0)));
    l = exp(arg);
    f = l * g * r;
190    return f;
}

// *** The model (based on mercer et. al) in the frequency domain
double modelFunctionFD(double f, void* params) {
195    struct fittingParams* p = (struct fittingParams *)params;
    gsl_function F;
    F.function = &modelFunctionTD;
    F.params = p;

200    // Convert the frequency to an angular frequency and center it around fMod
    double omega = fabs(f - (p->fMod)) * 2.0 * M_PI;
    if(omega < epsilon) {
        printf("o - Warning: Omega too close to zero, truncating.\n");
        omega = epsilon;
205    }

    // Allocate memory for the numerical integration
    if(w == NULL) {
        w = gsl_integration_workspace_alloc(limit);
210        printf("+ - Successfully allocated w.\n");
    }
    if(wf == NULL) {
        wf = gsl_integration_qawo_table_alloc(omega, 0, GSL_INTEG_COSINE, limit);
        printf("+ - Successfully allocated wf.\n");
215    }
    if(w == NULL || wf == NULL)
    {
        fprintf(stderr, "- - Error: Could not create workspace and/or lookup-tables for the numerical
            integration.\n");
220    }

    // Update the lookup-tables according to omega
    gsl_integration_qawo_table_set (wf, omega, 0, GSL_INTEG_COSINE);
    double result, error;
    double epsabs = 1.0e-10;

```

```

225     int i, gslerr;

    // Try to integrate with an epsabs of 1.0e-10. If this fails, reduce the absolut error and try again.
    // Try this at most four times.
    for(i = 0; i < 4; i++) {
        // Do the integration
230     gslerr = gsl_integration_qawf (&F, 0.0, epsabs, limit, w, w, wf, &result, &error);
        // Check wether the integration was succesful
        if(gslerr == 0) {
            break;
        }
        // Reduce epsabs if not
235     } else {
        fprintf(stderr, "-- Error: Numerical Integration failed for epsabs = %le. Error code: %s\n",
            epsabs, gsl_strerror(gslerr));
        printf("o - Info: Fitting params:\n omega = %le\n p0 = %le\n t0 = %le\n s0 = %le\n k1 =
            %le\n k2 = %le\n fMod = %le\n",
            omega, p->p0, p->t0, p->s0, p->k1, p->k2, p->fMod);
        epsabs = epsabs * 10.0;
240     if(epsabs <= 1.0e-7) {
        printf("o - Info: Trying to integrate with a reduced epsabs of %le\n", epsabs);
        } else {
        printf("o - Warning: Returning 0.0 as the result for the numerical integration. This can lead
            to wrong fitting results!\n\n");
        return 0.0;
245     }
    }
}

// Scale the fourier transform according to: FT[f(t)] = 1/sqrt(2*pi) * Int[f(t) * cos(w*t),
    {t,-Inf,+Inf}]
250 result = M_2_SQRTPI * M_SQRT1_2 * result;

// Convert the result to dBm: dBm = 10 * log10(p/1mW) and scale it with p0
result = 10.0 * (log10(1000.0 * fabs(result)) + log10(p->p0));

255 // Output details about the numerical integration
printf ("estimated error = % .18f\n", error);
printf ("intervals = %d\n", w->size);
return result;
}

260 // *** Function for the fitting procedure (cminpack)
int fitFunction(void *p, int m, int n, const double *x, double *fvec, int iflag)
{
    int i;
265     double fData, aData, aModel;
    iteration = iteration + 1;
    printf("\no - Info: Entering fitting iteration %i\n", iteration);

    // p0, t0, s0, k1, k2, fMod
270     struct fittingParams params = { x[0], x[1], x[2], x[3], x[4], x[5] };

    // Calculate the spectrum
    for(i = 0; i < m; i++) {
        // Store frequency and amplitude of the measured spectrum
275         fData = data[i].frequency;
        aData = data[i].amplitude;
        // Calculate the amplitude using the model
        aModel = modelFunctionFD(fData, &params);
        model[i].frequency = fData;
280         model[i].amplitude = aModel;
        // Calculate the deviaton between data and model. The norm is calculated by cminpack.
        fvec[i] = (aData - aModel);
    }
    double fnorm = enorm(m, fvec);
285     printf("o - Current residual: %lf\n", fnorm);

    // Plot
    plotResults();

```

```

printf("o – Info: Fitting params iteration %i:\n p0 = %le\n t0 = %le\n s0 = %le\n k1 = %le\n k2 =
    %le\n fMod = %le\n\n",
290     iteration, params.p0, params.t0, params.s0, params.k1, params.k2, params.fMod);
return 0;
}

// *** Do the fit using cminpack, the c-version of the famous minpack library
295 int doFit(void* startParams) {
    int i, j, m, n, maxfev, mode, nprint, info, nfev, ldfjac;
    double ftol, xtol, gtol, epsfcn, factor, fnorm, covfac;

    // Initialize all variables needed
300 m = nSamples; // The number of datapoints
    n = 6; // The number of fitting variables
    ftol = sqrt(dpmpar(1)); // The relative error desired in the sum of squares
    xtol = sqrt(dpmpar(1)); // The relative error desired in the approximate solution
    gtol = 0.; // A measure for the orthogonality desired between function vector and the
        columns of the Jacobian
305 maxfev = 1000; // The maximum number of function calls
    epsfcn = 0.; // The order of the error of FCN // old value: sqrt(dpmpar(1)); example value: 0.;
    mode = 1; // A value of 1 means automatic variable scaling, a value of 2 employs the value
        of 'diag'
    factor = 100.; // The initial step bound; default value: 100.;
    nprint = 0; // If positiv, calls FCN with IFLAG = 0 every nprint calls of FCN
310 ldfjac = nSamples; // The leading dimension of the array fjac

    // Allocate memory for all arrays needed for the fit
    double *x = malloc(n * sizeof(double)); // The solution vector. At first call it needs to
        contain the starting values
    int *ipvt = malloc(n * sizeof(int)); // A permutation matrix for the Jacobian
315 double *fvec = malloc(nSamples * sizeof(double)); // The difference between the function values and
        the data after evaluation
    double *diag = malloc(n * sizeof(double)); // The scaling values. If mode = 1, they are
        computed internally
    double *fjac = malloc(n * nSamples * sizeof(double)); // The Jacobian matrix
    double *qtf = malloc(n * sizeof(double)); // The vector (q transpose)*fvec.
    double *wa1 = malloc(n * sizeof(double)); // Work array
    double *wa2 = malloc(n * sizeof(double)); // Work array
320 double *wa3 = malloc(n * sizeof(double)); // Work array
    double *wa4 = malloc(nSamples * sizeof(double)); // Work array
    if(x != NULL) { printf("+ – Successfully allocated x.\n"); } else { fprintf(stderr, "-- Error:
        Could not allocate x.\n"); return -1; }
    if(ipvt != NULL) { printf("+ – Successfully allocated ipvt.\n"); } else { fprintf(stderr, "--
        Error: Could not allocate ipvt.\n"); return -1; }
325 if(fvec != NULL) { printf("+ – Successfully allocated fvec.\n"); } else { fprintf(stderr, "--
        Error: Could not allocate fvec.\n"); return -1; }
    if(diag != NULL) { printf("+ – Successfully allocated diag.\n"); } else { fprintf(stderr, "--
        Error: Could not allocate diag.\n"); return -1; }
    if(fjac != NULL) { printf("+ – Successfully allocated fjac.\n"); } else { fprintf(stderr, "--
        Error: Could not allocate fjac.\n"); return -1; }
    if(qtf != NULL) { printf("+ – Successfully allocated qtf.\n"); } else { fprintf(stderr, "-- Error:
        Could not allocate qtf.\n"); return -1; }
    if(wa1 != NULL) { printf("+ – Successfully allocated wa1.\n"); } else { fprintf(stderr, "-- Error:
        Could not allocate wa1.\n"); return -1; }
330 if(wa2 != NULL) { printf("+ – Successfully allocated wa2.\n"); } else { fprintf(stderr, "-- Error:
        Could not allocate wa2.\n"); return -1; }
    if(wa3 != NULL) { printf("+ – Successfully allocated wa3.\n"); } else { fprintf(stderr, "-- Error:
        Could not allocate wa3.\n"); return -1; }
    if(wa4 != NULL) { printf("+ – Successfully allocated wa4.\n"); } else { fprintf(stderr, "-- Error:
        Could not allocate wa4.\n"); return -1; }
    printf("o – Info: Tolerance set to: ftol = %le, xtol = %le, gtol = %le \n", ftol, xtol, gtol);

335 // Starting values
    struct fittingParams* p = (struct fittingParams *)startParams;
    x[0] = p->p0;
    x[1] = p->t0;
    x[2] = p->s0;
340 x[3] = p->k1;
    x[4] = p->k2;
    x[5] = p->fMod;

```

```

345 // Do the fit
printf("\n\n");
printf("o - Starting the fit using these starting values:\n");
printf("  p0 = %le\n  t0 = %le\n  s0 = %le\n  k1 = %le\n  k2 = %le\n  fMod = %le\n", x[0], x[1], x[2],
      x[3], x[4], x[5]);
printf("\n\n");
info = lmdif(fitFunction, NULL, m, n, x, fvec, ftol, xtol, gtol, maxfev, epsfcn, diag, mode, factor,
    nprint,
350   &nfev, fjac, ldfjac, ipvt, qtf, wa1, wa2, wa3, wa4);
fnorm = enorm(m, fvec);
printf("\n\n");
printf("o - Final l2 norm of the residuals%15.7g\n", fnorm);
printf("o - Number of function evaluations%10i\n", nfev);
355 printf("o - Exit parameter %10i\n", info);
printf("o - Final approximate solution\n");
for(j = 1; j <= n; j++) printf("%s%le ", j%n==1?"\n    ":"", x[j-1]);
printf("\n");
ftol = dmpar(1);
360 covfac = fnorm*fnorm/(m-n);
covar(n, fjac, ldfjac, ipvt, ftol, wa1);
printf("\no - Covariance Matrix\n");
for(i = 1; i <= n; i++) {
    for(j = 1; j <= n; j++)
365     printf("%s%le ", j%n==1?"\n    ":"", fjac[(i-1) * ldfjac+j-1] * covfac);
}
printf("\n\n");

// Free memory
370 if(x != NULL) { free(x); x = NULL; }
if(ipvt != NULL) { free(ipvt); ipvt = NULL; }
if(fvec != NULL) { free(fvec); fvec = NULL; }
if(diag != NULL) { free(diag); diag = NULL; }
375 if(fjac != NULL) { free(fjac); fjac = NULL; }
if(qtf != NULL) { free(qtf); qtf = NULL; }
if(wa1 != NULL) { free(wa1); wa1 = NULL; }
if(wa2 != NULL) { free(wa2); wa2 = NULL; }
if(wa3 != NULL) { free(wa3); wa3 = NULL; }
if(wa4 != NULL) { free(wa4); wa4 = NULL; }
380 return info;
}

// *** Plot data and model using gnuplot
void plotResults(void) {
385 // char *tempDataFileName;
double y1, y2;
int i;
if(gnuplotPipe == NULL) {
    gnuplotPipe = popen("gnuplot -persist", "w");
390 }
if (gnuplotPipe) {
    tempDataFile = fopen(tempDataFileName, "w");
    for (i = 0; i < nSamples; i++) {
        y1 = data[i].amplitude;
        y2 = model[i].amplitude;
395     fprintf(tempDataFile, "%le %le %le\n", data[i].frequency, y1, y2);
    }
    fclose(tempDataFile);
    fprintf(gnuplotPipe, "set terminal png\n");
    fprintf(gnuplotPipe, "set output 'plot.png'\n");
400     fprintf(gnuplotPipe, "plot \"%s\" using 1:2 with lines, \"%s\" using 1:3 with lines\n",
        tempDataFileName, tempDataFileName);
    fflush(gnuplotPipe);
    printf("press enter to continue...");
    getchar();
405 } else {
    printf("gnuplot not found...");
}
}

```



Literatur

- [AAG71] Z. I. Alferov, V. M. Andreev und D. Z. Garbuzov. „Investigation of the influence of the AlAs-GaAs heterostructure parameters on the laser threshold current and the realization of continuous emission at room temperature“. In: *Soviet Physics: Semiconductors* 4.9 (1971), S. 1573–1575.
- [Ack+84] G. A. Acket, D. Lenstra, A. J. Den Boef und B. H. Verbeek. „The Influence of Feedback Intensity on Longitudinal Mode Properties and Optical Noise in Index-Guided Semiconductor Lasers“. In: *IEEE Journal of Quantum Electronics* 20.10 (1984), S. 1163–1169.
- [Agr84] G. P. Agrawal. „Line Narrowing in a Single-Mode Injection Laser Due to External Optical Feedback“. In: *IEEE Journal of Quantum Electronics* 20.5 (1984), S. 468–471.
- [Alf01] Z. I. Alferov. „The Double Heterostructure: The Concept and its Applications in Physics, Electronics, and Technology (Nobel Lecture)“. In: *ChemPhysChem* 2.8-9 (2001), S. 500–513.
- [Aln+08] J. Alnis, A. Matveev, N. Kolachevsky, T. Udem und T. W. Hänsch. „Sub-hertz linewidth diode lasers by stabilization to vibrationally and thermally compensated ultralow-expansion glass Fabry-Pérot cavities“. In: *Physical Review A* 77.5 (2008), S. 1–9.
- [And+05] T. N. Anderson u. a. „Combustion exhaust measurements of nitric oxide with an ultraviolet diode-laser-based absorption sensor“. In: *Applied Optics* 44.8 (2005), S. 1491–1502.
- [And90] J. R. Andrews. „Low Voltage Wavelength Tuning of an External Cavity Diode Laser Using a Nematic Liquid Crystal-Containing Birefringent Filter“. In: *IEEE Photonics Technology Letters* 2.5 (1990), S. 334–336.
- [AR88] G. P. Agrawal und R. Roy. „Effect of injection-current fluctuations on the spectral linewidth of semiconductor lasers“. In: *Physical Review A* 37.7 (1988), S. 2495–2501.
- [Bai+06] X. Baillard, A. Gauguier, S. Bize, P. Lemonde, P. Laurent, A. Clairon und P. Rosenbusch. „Interference-filter-stabilized external-cavity diode lasers“. In: *Optics Communications* 266.2 (2006), S. 609–613.

-
- [BB85] W. S. Bickel und W. M. Bailey. „Stokes vectors, Mueller matrices, and polarized scattered light“. In: *American Journal of Physics* 53.5 (1985), S. 468–478.
- [BCS90] J. O. Binder, G. D. Cormack und A. Somani. „Intermodal Tuning Characteristics of an InGaAsP Laser with Optical Feedback from an External-Grating Reflector“. In: *IEEE Journal of Quantum Electronics* 26.7 (1990), S. 1191–1199.
- [Bla01] E. D. Black. „An introduction to Pound–Drever–Hall laser frequency stabilization“. In: *American Journal of Physics* 69.1 (2001), S. 79–87.
- [Bog+98] B. Boggs, C. Greiner, T. Wang, H. Lin und T. W. Mossberg. „Simple high-coherence rapidly tunable external-cavity diode laser“. In: *Optics Letters* 23.24 (1998), S. 1906–1908.
- [Bra90] C. A. Brackett. „Dense Wavelength Division Multiplexing Networks: Principles and Applications“. In: *IEEE Journal on Selected Areas in Communications* 8.6 (1990), S. 948–964.
- [BSK07] A. Bösel, K.-D. Salewski und T. Kinder. „Fast mode-hop-free acousto-optically tuned laser with a simple laser diode“. In: *Optics Letters* 32.13 (2007), S. 1956–1958.
- [Bur97] W. H. Burkett. „Influence of Injection–Current Noise on the Spectral Characteristics of Semiconductor Lasers“. In: *IEEE Journal of Quantum Electronics* 33.11 (1997), S. 2111–2118.
- [BW12] T. Beck und T. Walther. „Ersatz für Ar+ Laser basierend auf einem Yb-Faserverstärker“. In: *Verhandl. DPG(VI)*. Bd. 47. 2/Q54.91. Stuttgart, 2012.
- [CC64] J. W. Crowe und R. M. Craig. „GaAs Laser Linewidth Measurements by Heterodyne Detection“. In: *Applied Physics Letters* 5.4 (1964), S. 72–74.
- [Che+03] D.-L. Cheng, T.-C. Yen, J.-W. Chang und J.-K. Tsai. „Generation of high-speed single-wavelength optical pulses in semiconductor lasers with orthogonal-polarization optical feedback“. In: *Optics Communications* 222.1-6 (2003), S. 363–369.
- [CKS94] W. W. Chow, S. Koch und M. Sargent III. *Semiconductor-Laser Physics*. 1994.
- [Dai+83] B. Daino, P. Spano, M. Tamburrini und S. Piazzolla. „Phase Noise and Spectral Line Shape in Semiconductor Lasers“. In: *IEEE Journal of Quantum Electronics* 19.3 (1983), S. 266–270.

-
-
- [De +92] F. De Martini, F. Cairo, P. Mataloni und F. Verzegnassi. „Thresholdless microlaser“. In: *Physical Review A* 46.7 (Okt. 1992), S. 4220–4233.
- [Dep07] D. Depenheuer. *Lockbox Manual*. Benutzerhandbuch. 2007.
- [Dep+11] D. Depenheuer, M. Sinther, J. Kohl-Landgraf und T. Walther. „Precise measurement of Landé g-factors in the region of the 10V-band of $^{12}\text{CS}_2$ “. In: *Journal of Molecular Spectroscopy* 269.1 (Sep. 2011), S. 86–91.
- [Dez06] E. Deza. „Construction of an External Cavity Diode Laser“. Diplomarbeit. TU Darmstadt, 2006.
- [DGM95] S. Donati, G. Giuliani und S. Merlo. „Laser Diode Feedback Interferometer for Measurement of Displacements without Ambiguity“. In: *IEEE Journal of Quantum Electronics* 31.1 (Jan. 1995), S. 113–119.
- [Dre+83] R. W. P. Drever, J. L. Hall, F. V. Kowalski, J. Hough, G. M. Ford, A. J. Munley und H. Ward. „Laser Phase and Frequency Stabilization Using an Optical Resonator“. In: *Applied Physics B: Photophysics and Laser Chemistry* 31.2 (Juni 1983), S. 97–105.
- [DST10] G. Di Domenico, S. Schilt und P. Thomann. „Simple approach to the relation between laser frequency noise and laser line shape“. In: *Applied Optics* 49.25 (Okt. 2010), S. 4801–4807.
- [EG10] T. Erneux und P. Glorieux. *Laser Dynamics*. 2010.
- [Eli+69] P. G. Eliseev, I. Ismailov, M. A. Man’ko und V. P. Strakhov. „Injection Semiconductor Laser with Compound Resonator“. In: *Soviet Journal of Physics* 9.10 (Mai 1969), S. 594–595.
- [Ext+92] M. P. van Exter, W. A. Hamel, J. P. Woerdman und B. R. P. Zeijlmans. „Spectral Signature of Relaxation Oscillations in Semiconductor Lasers“. In: *IEEE Journal of Quantum Electronics* 28.6 (Juni 1992), S. 1470–1478.
- [FEW11] T. Führer, S. Euler und T. Walther. „Model for tuning an external-cavity diode laser by polarization locking“. In: *Journal of the Optical Society of America B* 28.3 (Feb. 2011), S. 508–514.
- [Flu11] V. Flunkert. *Delay-Coupled Complex Systems*. Heidelberg u. a.: Springer, 2011. Kap. 11.
- [FM81] M. W. Fleming und A. Mooradian. „Fundamental line broadening of single-mode (GaAl)As diode lasers“. In: *Applied Physics Letters* 38.7 (Apr. 1981), S. 511–513.

-
- [FR10] T. Führer und B. Rein. *Nachbau- und Betriebsanleitung für die ultra-rauscharme, ultra-stabile Laserdioden Stromquelle LQprO-140*. Benutzerhandbuch. Mai 2010.
- [Fri99] B. Friedeland. „Introduction to “Stabilized Feed-Back Amplifiers”“. In: *Proceedings of the IEEE* 87.2 (Feb. 1999), S. 376–378.
- [FRW07] T. Führer, A. Roth und T. Walther. „Optimierung und Verbesserung eines ECDLs durch Kombination verschiedener Methoden zum Aufbau eines praxistauglichen Absorptionssensors im UV-Bereich“. In: *Verhandl. DPG (VI)*. Bd. 42. 3/Q32.3. Düsseldorf, 2007.
- [FSW09] T. Führer, D. Stang und T. Walther. „Actively controlled tuning of an external cavity diode laser by polarization spectroscopy.“ In: *Optics Express* 17.7 (März 2009), S. 4991–4996.
- [Füh07] T. Führer. „Aufbau eines ECDLs mit großem modensprungfreien Abstimmbereich“. Diplomarbeit. TU Darmstadt, 2007.
- [FW08] T. Führer und T. Walther. „Extension of the mode-hop-free tuning range of an external cavity diode laser based on a model of the mode-hop dynamics“. In: *Optics Letters* 33.4 (März 2008), S. 372–374.
- [FW11a] T. Führer und T. Walther. „Control and active stabilization of the linewidth of an ECDL“. In: *Applied Physics B* (2011). Im Druck.
- [FW11b] T. Führer und T. Walther. „Influence of different noise types on the laser lineshape and the beat spectrum for delayed self-heterodyne measurements“. In: *Physical Review A* (2011). Submittiert.
- [Gav+06] A. Gavrielides, T. Erneux, D. W. Sukow, G. Burner, T. McLachlan, J. Miller und J. Amonette. „Square-wave self-modulation in diode lasers with polarization-rotated optical feedback“. In: *Optics Letters* 31.13 (Juli 2006), S. 2006–2008.
- [GBPD03] G. Giuliani, S. Bozzi-Pietra und S. Donati. „Self-mixing laser diode vibrometer“. In: *Measurement Science and Technology* 14 (Nov. 2003), S. 24–32.
- [GD84] P. B. Gallion und G. Debarge. „Quantum Phase Noise and Field Correlation in Single Frequency Semiconductor Laser Systems“. In: *IEEE Journal of Quantum Electronics* 20.4 (Apr. 1984), S. 343–349.
- [Gen+00] G. Genty, A. Gröhn, H. Talvitie, M. Kaivola und H. Ludvigsen. „Analysis of the linewidth of a grating-feedback GaAlAs laser“. In: *IEEE Journal of Quantum Electronics* 36.10 (Okt. 2000), S. 1193–1198.

-
- [GGP92] J. P. Goedgebuer, S. Gurib und K. Porte. „Single Frequency Electrooptical Tuning of an Extended Cavity Diode Laser at 1500 nm Wavelength“. In: *IEEE Journal of Quantum Electronics* 28.6 (Juni 1992), S. 1414–1418.
- [Giu+02] G. Giuliani, M. Norgia, S. Donati und T. Bosch. „Laser diode self-mixing technique for sensing applications“. In: *Journal of Optics A: Pure and Applied Optics* 4 (Nov. 2002), S283–S294.
- [GKL02] G. Genty, M. Kaivola und H. Ludvigsen. „Measurements of linewidth variations within external-cavity modes of a grating-cavity laser“. In: *Optics Communications* 203.3-6 (März 2002), S. 295–300.
- [GN00] G. Giuliani und M. Norgia. „Laser Diode Linewidth Measurement by Means of Self-Mixing Interferometry“. In: *IEEE Photonics Technology Letters* 12.8 (Aug. 2000), S. 1028–1030.
- [Gro+07] N. Gross, Z. Shotan, T. Galfsky und L. Khaykovich. „A giant controllable gap in the optical spectrum of a semiconductor laser subject to intense feedback with rotated polarization.“ In: *Arxiv preprint arXiv:0710.1704* (Okt. 2007), S. 1–4.
- [Hak64] H. Haken. „A Nonlinear Theory of Laser Noise and Coherence. I“. In: *Zeitschrift für Physik A* 181.1 (Juli 1964), S. 96–124.
- [Hak81] H. Haken. *Licht und Materie II*. 1981.
- [Hak89] H. Haken. *Licht und Materie*. 1989.
- [Hal+62] R. N. Hall, G. E. Fenner, J. D. Kingsley, T. J. Soltys und R. O. Carlson. „Coherent Light Emission from GaAs Junctions“. In: *Physical Review Letters* 9.9 (Nov. 1962), S. 366–368.
- [Han+02] S. F. Hanna, R. Barron-jimenez, T. N. Anderson, R. P. Lucht, J. A. Caton und T. Walther. „Diode-laser-based ultraviolet absorption sensor for nitric oxide“. In: *Applied Physics B* 117 (Aug. 2002), S. 113–117.
- [HB62] N. Holonyak und S. Bevacqua. „Coherent (Visible) Light Emission from Ga(As_{1-x}P_x) Junctions“. In: *Applied Physics Letters* 1.4 (Dez. 1962), S. 82–83.
- [HBK05] J. Hult, L. S. Burns und C. F. Kaminski. „Wide-bandwidth mode-hop-free tuning of extended-cavity GaN diode lasers.“ In: *Applied Optics* 44.18 (2005), S. 3675–3685.
- [HC80] T. W. Hänsch und B. Couillaud. „Laser frequency stabilization by polarization spectroscopy of a reflecting reference cavity“. In: *Optics Communications* 35.3 (Dez. 1980), S. 441–444.

-
- [Hec02] E. Hecht. *Optics*. Hrsg. von A. Black. 4. Aufl. Reading, Menlo Park, New York, Harlow, Don Mills, Sydney, Mexico City, Madrid, Amsterdam: Addison-Wesley, 2002.
- [Hei+03] T. Heil, A. Uchida, P. Davis und T. Aida. „TE-TM dynamics in a semiconductor laser subject to polarization-rotated optical feedback“. In: *Physical Review A* 68.3 (Sep. 2003), S. 1–8.
- [Hen82] C. H. Henry. „Theory of the Linewidth of Semiconductor Lasers“. In: *IEEE Journal of Quantum Electronics* 18.2 (Feb. 1982), S. 259–264.
- [Hen83] C. H. Henry. „Theory of the phase noise and power spectrum of a single mode injection laser“. In: *IEEE Journal of Quantum Electronics* 19.9 (Sep. 1983), S. 1391–1397.
- [Hie+09] T. Hieta, M. Vainio, C. Moser und E. Ikonen. „External-cavity lasers based on a volume holographic grating at normal incidence for spectroscopy in the visible range“. In: *Optics Communications* 282.15 (Aug. 2009), S. 3119–3123.
- [HP70] I. Hayashi und M. B. Panish. „GaAs-Ga_xAl_{1-x}As Heterostructure Injection Lasers which Exhibit Low Thresholds at Room Temperature“. In: *Journal of Applied Physics* 41.1 (Jan. 1970), S. 150–163.
- [HS79] O. Hirota und Y. Suematsu. „Noise Properties of Injection Lasers Due to Reflected Waves“. In: *IEEE Journal of Quantum Electronics* 15.3 (März 1979), S. 142–149.
- [Ilx] *The Differences Between Threshold Current Calculation Methods*. Application Note. ILX Lightwave Corporation, 2003.
- [ISS95] T. Ikegami, S. Sudō und Y. Sakai. *Frequency Stabilization of Semiconductor Laser Diodes*. Artech House Optoelectronics Library. Artech House, 1995.
- [Kik12] K. Kikuchi. „Characterization of semiconductor-laser phase noise and estimation of bit-error rate performance with low-speed offline digital coherent receivers.“ In: *Optics Express* 20.5 (Feb. 2012), S. 5291–5302.
- [Kik+84] K. Kikuchi, T. Okoshi, M. Nagamatsu und N. Henmi. „Degradation of Bit-Error Rate in Coherent Optical Communications Due to Spectral Spread of the Transmitter and the Local Oscillator“. In: *Journal of Lightwave Technology* 2.6 (Dez. 1984), S. 1024–1033.
- [Kik89] K. Kikuchi. „Effect of 1/f-type FM noise on Semiconductor-Laser Linewidth Residual in High-Power Limit“. In: *IEEE Journal of Quantum Electronics* 25.4 (Apr. 1989), S. 684–688.

-
-
- [Kim+99] J. W. Kim, J. W. Hahn, Y. S. Yoo, J. Y. Lee, H. J. Kong und H. W. Lee. „Measurement of the linewidth of a continuous-wave laser with a cavity-length modulation technique.“ In: *Applied Optics* 38.9 (März 1999), S. 1742–1745.
- [Kit02] C. Kittel. *Einführung in die Festkörperphysik*. 13. Aufl. München und Wien: Oldenbourg, 2002.
- [KO82] K. Kikuchi und T. Okoshi. „Simple Formula Giving Spectrum-Narrowing Ratio of Semiconductor-Laser Output Obtained by Optical Feedback“. In: *Electronics Letters* 18.1 (Jan. 1982), S. 10–12.
- [KO85] K. Kikuchi und T. Okoshi. „Dependence of Semiconductor Laser Line-width on Measurement Time: Evidence of Predominance of 1/f Noise“. In: *Electronics Letters* 21.22 (Okt. 1985), S. 1011–1012.
- [KO94] H. Kakiuchida und J. Ohtsubo. „Characteristics of a Semiconductor Laser with External Feedback“. In: *IEEE Journal of Quantum Electronics* 30.9 (Sep. 1994), S. 2087–2097.
- [Kre11] T. Krebs. „Sensorkonzept basierend auf einer Dispersionsmessung in einem ECDL“. Bachelor Thesis. TU Darmstadt, Juli 2011.
- [Kro01] H. Kroemer. „Quasi-Electric Fields and Band Offsets: Teaching Electrons New Tricks (Nobel Lecture)“. In: *ChemPhysChem* 2.8-9 (Sep. 2001), S. 490–499.
- [Kro08] M. Kronfeld. *EvA2 Short Documentation*. Centre for Bioinformatics Tübingen, University of Tübingen. 2008.
- [Las+98] M. Laschek, D. Wandt, A. Tünnermann und H. Welling. „Electro-optical frequency modulation of an external-cavity diode laser“. In: *Optics Communications* 153.1-3 (Juli 1998), S. 59–62.
- [Len04] C. Lengler. „Entwicklung und Evaluation eines DSP-basierten Systems zur Amplitudenmodulationsspektroskopie von Stickstoffmonoxid“. Diplomarbeit. TU Darmstadt, 2004.
- [Lev02] L. Levin. „Mode-hop-free electro-optically tuned diode laser“. In: *Optics Letters* 27.4 (Feb. 2002), S. 237–239.
- [Lev+95] A. M. Levine, G. H. M. Van Tartwijk, D. Lenstra und T. Erneux. „Diode lasers with optical feedback: Stability of the maximum gain mode“. In: *Physical Review A* 52.5 (Nov. 1995), S. 3436–3439.
- [LFW12] „Annual Review and Forecast“. In: *LaserFocusWorld* 48 (1 Jan. 2012).
- [LH72] R. Ludeke und E. P. Harris. „Tunable GaAs Laser in an External Dispersive Cavity“. In: *Applied Physics Letters* 20.12 (Juni 1972), S. 499–500.

-
- [LH93] K. G. Libbrecht und J. L. Hall. „A low-noise high-speed diode laser current controller“. In: *Review of Scientific Instruments* 64.8 (Aug. 1993), S. 2133–2135.
- [LK80] R. Lang und K. Kobayashi. „External Optical Feedback Effects on Semiconductor Injection Laser Properties“. In: *IEEE Journal of Quantum Electronics* 16.3 (März 1980), S. 347–355.
- [LL81] K. Liu und M. G. Littman. „Novel geometry for single-mode scanning of tunable lasers“. In: *Optics Letters* 6.3 (März 1981), S. 117–118.
- [Loh+06] H. Loh, Y.-J. Lin, I. Teper, M. Cetina, J. Simon, J. K. Thompson und V. Vuletić. „Influence of grating parameters on the linewidths of external-cavity diode lasers.“ In: *Applied Optics* 45.36 (Dez. 2006), S. 9191–9197.
- [Lor63] E. N. Lorenz. „Deterministic Nonperiodic Flow“. In: *Journal of the Atmospheric Sciences* 20 (März 1963), S. 130–141.
- [LPP04] Y.-P. Lan, R.-P. Pan und C.-L. Pan. „Mode-hop-free fine tuning of an external-cavity diode laser with an intracavity liquid crystal cell“. In: *Optics Letters* 29.5 (März 2004), S. 510–512.
- [LSS90] M. J. Liang, G. G. Siu und M. J. Stokes. „The polarisation characteristics of plane gratings“. In: *Journal of Physics D: Applied Physics* 23.2 (Feb. 1990), S. 156–163.
- [Lud94] H. Ludvigsen. „New method for self-homodyne laser linewidth measurements with a short delay fiber“. In: *Optics Communications* 110.5-6 (Sep. 1994), S. 595–598.
- [Luv+11] E. Luvsandamdin, G. Mura, A. Wicht, A. Sahm, S. Spiessberger, H. Wenzel, G. Erbert und G. Trankle. „Micro-integrated ECDLs for precision spectroscopy in space“. In: *Space Optical Systems and Applications (IC-SOS), 2011 International Conference on*. IEEE. 2011, S. 381–383.
- [LV84] D. Lenstra und M. van Vaalen. „On the Theory of a Single-Mode Laser with Weak Optical Feedback“. In: *Physica B+C* 125.2 (Aug. 1984), S. 255–264.
- [LVD85] D. Lenstra, B. Verbeek und A. J. Den Boef. „Coherence Collapse in Single-Mode Semiconductor Lasers Due to Optical Feedback“. In: *IEEE Journal of Quantum Electronics* 21.6 (Juni 1985), S. 674–679.
- [Mai60] T. H. Maiman. „Stimulated Optical Radiation in Ruby“. In: *Nature* 187 (Aug. 1960), S. 493–494.
- [Mar64] D. T. F. Marple. „Refractive Index of GaAs“. In: *Journal of Applied Physics* 35.4 (Apr. 1964), S. 1241–1242.

-
- [Mar83] D. Marcuse. „Classical Derivation of the Laser Rate Equation“. In: *IEEE Journal of Quantum Electronics* 19.8 (Aug. 1983), S. 1228–1231.
- [Maß07] I. Maßmann. „Charakterisierung eines atomaren Faraday-Filters unter Einfluss von Xenon-Puffergas und Realisierung eines Alkali-Ethan-Lasers“. Diplomarbeit. TU Darmstadt, 2007.
- [Mer91] L. B. Mercer. „1/f Frequency Noise Effects on Self-Heterodyne Linewidth Measurements“. In: *Journal of Lightwave Technology* 9.4 (Apr. 1991), S. 485–493.
- [MGH80] J. Moré, B. Garbow und K. Hillstom. *User guide for MINPACK-1*. Techn. Ber. ANL-80-74. Argonne, IL: Argonne Nat. Lab., Aug. 1980.
- [Mic96] Z. Michalewicz. *Genetic Algorithms + Data Structures = Evolution Programs*. 2. Aufl. Artificial intelligence. Springer-Verlag, 1996.
- [Nat+62] M. I. Nathan, W. P. Dumke, G. Burns, F. H. Dill und G. Lasher. „Stimulated Emission of Radiation from GaAs p-n Junctions“. In: *Applied Physics Letters* 1.3 (Nov. 1962), S. 62–64.
- [OB87] M. Osiński und J. Buus. „Linewidth Broadening Factor in Semiconductor Lasers—An Overview“. In: *IEEE Journal of Quantum Electronics* 23.1 (Jan. 1987), S. 9–29.
- [OD84] N. A. Olsson und N. K. Dutta. „Effect of external optical feedback on the spectral properties of cleaved-coupled-cavity semiconductor lasers“. In: *Applied Physics Letters* 44.9 (Mai 1984), S. 840–842.
- [OG83] J. H. Osmundsen und N. Gade. „Influence of Optical Feedback on Laser Frequency Spectrum and Threshold Conditions“. In: *IEEE Journal of Quantum Electronics* 19.3 (Sep. 1983), S. 465–469.
- [OH83] M. J. O’Mahony und I. D. Henning. „Semiconductor Laser Linewidth Broadening Due to 1/f Carrier Noise“. In: *Electronics Letters* 19.23 (Nov. 1983), S. 1000–1001.
- [Oht08] J. Ohtsubo. *Semiconductor Lasers*. 2008.
- [Pal05] C. Palmer. *Diffraction grating handbook*. Hrsg. von E. Loewen. 6. Aufl. New York: Newport Corporation, 2005.
- [Par+11] C. G. Parthey u. a. „Improved Measurement of the Hydrogen 1S–2S Transition Frequency“. In: *Physical Review Letters* 107.20 (Nov. 2011), S. 1–5.
- [Pat+83] E. Patzak, H. Olesen, A. Sugimura, S. Saito und T. Mukai. „Spectral Linewidth Reduction in Semiconductor Lasers by an External Cavity with Weak Optical Feedback“. In: *Electronics Letters* 19.22 (Okt. 1983), S. 938–940.

-
- [Pet06] C. Petermann. „Erzeugung polarisationsverschränkter Photonen durch Spontaneous Parametric Down Conversion (SPDC)“. Diplomarbeit. TU Darmstadt, 2006.
- [Pet88] K. Petermann. *Laser Diode Modulation and Noise*. Hrsg. von T. O. U. Of Tokyo. Advances in Optoelectronics. Springer, 1988.
- [Pet95] K. Petermann. „External Optical Feedback Phenomena in Semiconductor Lasers“. In: *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics* 1.2 (Juni 1995), S. 480–489.
- [Phi85] W. D. Phillips. „Laser cooling and trapping neutral atoms“. In: *Annales de Physique* 10.6 (Juli 1985), S. 717–732.
- [Phy05] Physikinstrumente. *Designing with Piezoelectric Transducers: Nanopositioning Fundamentals*. Karlsruhe, 2005.
- [Pop04] A. L. Popescu. „Untersuchung eines Faraday Filters als optisches Meßinstrument an der $5s_{1/2} \rightarrow 5p_{3/2}$ -Resonanz“. Diplomarbeit. TU Darmstadt, 2004.
- [Pop10] A. L. Popescu. „Assessment of a Rubidium ESFADOF Edge-Filter as Receiver for a Brillouin-Lidar Capable of Remotely Measuring Oceanic Temperature Profiles“. Doktorarbeit. TU Darmstadt, 2010.
- [PW10] A. L. Popescu und T. Walther. „On an ESFADOF edge-filter for a range resolved Brillouin-lidar: The high vapor density and high pump intensity regime“. In: *Applied Physics B: Lasers and Optics* 98.4 (Dez. 2010), S. 667–675.
- [PWZ96] M. Petkovšek, H. Wilf und D. Zeilberger. *A Equals B*. Ak Peters Series. A K Peters, 1996.
- [Qui+62] T. M. Quist, R. H. Rediker, R. J. Keyes und W. E. Krag. „Semiconductor Maser of GaAs“. In: *Applied Physics Letters* 1.4 (Dez. 1962), S. 91–92.
- [Ray+01] G. J. Ray, T. N. Anderson, J. A. Caton, R. P. Lucht und T. Walther. „OH sensor based on ultraviolet, continuous-wave absorption spectroscopy utilizing a frequency-quadrupled, fiber-amplified external-cavity diode laser.“ In: *Opt. Lett.* 26.23 (Dez. 2001), S. 1870–2.
- [RCH73] J. A. Rossi, S. R. Chinn und H. Heckscher. „High-power narrow-linewidth operation of GaAs diode lasers“. In: *Applied Physics Letters* 23.1 (Juli 1973), S. 25–27.
- [Rei10] B. Rein. „Faserverstärker basierter Ar -Lasersersatz zur Ionenstrahlkühlung“. Master Thesis. TU Darmstadt, 2010.

-
-
- [Rep+06] K. S. Repasky, A. R. Nehrir, J. T. Hawthorne, G. W. Switzer und J. L. Carlsten. „Extending the continuous tuning range of an external-cavity diode laser.“ In: *Applied Optics* 45.35 (Dez. 2006), S. 9013–9020.
- [Ric+86] L. E. Richter, H. I. Mandelberg, M. S. Kruger und P. A. McGrath. „Linewidth determination from self-heterodyne measurements with sub-coherence delay times“. In: *IEEE Journal of Quantum Electronics* 22.11 (Nov. 1986), S. 2070–2074.
- [Ric+95] L. Ricci, M. Weidemüller, T. Esslinger, A. Hemmerich, C. Zimmermann, V. Vuletic, W. König und T. W. Hänsch. „A compact grating-stabilized diode laser system for atomic physics“. In: *Optics Communications* 117.5-6 (Juni 1995), S. 541–549.
- [Rip96] P. M. Ripley. „The Physics of Diode Lasers“. In: *Lasers in Medical Science* 11.2 (1996), S. 71–78.
- [Ris65] H. Risken. „Distribution- and Correlation-Functions for a Laser Amplitude“. In: *Zeitschrift für Physik* 186.1 (Feb. 1965), S. 85–98.
- [RMC97] M. V. Romalis, E. Miron und G. D. Cates. „Pressure broadening of Rb D₁ and D₂ lines by ³He, ⁴He, N₂, and Xe: Line cores and near wings“. In: *Physical Review A* 56.6 (Dez. 1997), S. 4569–4578.
- [Rou12] I. Roudas. „Coherent Optical Communication Systems“. In: *WDM Systems and Networks*. Hrsg. von N. N. Antoniadis, G. Ellinas und I. Roudas. Optical Networks. Springer New York, 2012, S. 373–417.
- [Rud68] M. J. Rudd. „A laser Doppler velocimeter employing the laser as a mixer–oscillator“. In: *Journal of Physics E: Scientific Instruments* 1.7 (Juli 1968), S. 723–726.
- [Sö6] C. Söller. „Einzelphotonendetektion und Korrelationen bei der Spontaneous Parametric Down Conversion“. Diplomarbeit. TU Darmstadt, 2006.
- [Sac] *Classification of Antireflection Coatings for Diode Lasers*.
- [Sac+92] J. Sacher, D. Baums, P. Panknin, W. Elsässer und E. O. Göbel. „Intensity instabilities of semiconductor lasers under current modulation, external light injection, and delayed feedback“. In: *Physical Review A* 45.3 (Feb. 1992), S. 1893–1905.
- [Sav12] N. Savage. „Laser market sees record sales“. In: *Nature Photonics* 6 (Apr. 2012), S. 215–216.
- [SB74] J. Stone und C. Burrus. „Neodymium-doped fiber lasers- Room temperature CW operation with an injection laser pump“. In: *Applied Optics* 13.6 (1974), S. 1256–1258.

-
- [Sig93] J. Sigg. „Effects of Optical Feedback on the Light–Current Characteristics of Semiconductor Lasers“. In: *IEEE Journal of Quantum Electronics* 29.5 (Mai 1993), S. 1262–1270.
- [SM85] H. van de Stadt und J. M. Muller. „Multimirror Fabry–Perot interferometers“. In: *Journal of the Optical Society of America A* 2.8 (Aug. 1985), S. 1363–1370.
- [SP88] N. Schunk und K. Petermann. „Numerical Analysis of the Feedback Regimes for a Single-Mode Semiconductor Laser with External Feedback“. In: *IEEE Journal of Quantum Electronics* 24.7 (Juli 1988), S. 1242–1247.
- [SR86] R. L. Schmitt und L. A. Rahn. „Diode-laser-pumped Nd:YAG laser injection seeding system.“ In: *Applied Optics* 25.5 (März 1986), S. 629–633.
- [St05] G. Stéphan, T. Tam, S. Blin, P. Besnard und M. Têtu. „Laser line shape and spectral density of frequency noise“. In: *Physical Review A* 71.4 (Apr. 2005), S. 1–9.
- [ST58] A. L. Shawlow und C. H. Townes. „Infrared and Optical Masers“. In: *Physical Review* 112.6 (Dez. 1958), S. 1940–1949.
- [Sta08] D. Stang. „Weiterentwicklung eines ECDLs mit großem modensprungfreien Abstimmbereich“. Master Thesis. TU Darmstadt, 2008.
- [Ste10a] D. Steck. *Rubidium 85 D Line Data*. Revision 2.1.4. 2010. URL: <http://steck.us/alkalidata/rubidium85numbers.pdf>.
- [Ste10b] D. Steck. *Rubidium 87 D Line Data*. Revision 2.1.4. 2010. URL: <http://steck.us/alkalidata/rubidium87numbers.pdf>.
- [Sto+06] H. Stoehr, F. Mensing, J. Helmcke und U. Sterr. „Diode laser with 1 Hz linewidth.“ In: *Optics Letters* 31.6 (März 2006), S. 736–738.
- [Stu+80] K. Stubkjaer, Y. Suematsu, M. Asada, S. Arai und A. R. Adams. „Measurements of Refractive-Index Variation with Free Carrier Density and Temperature for 1.6 μm GaInAsP/InP Lasers“. In: *Electronics Letters* 16.23 (Nov. 1980), S. 895–896.
- [SU05] F. Streichert und H. Ulmer. *JavaEvA - A Java Framework for Evolutionary Algorithms*. Technical Report WSI-2005-06. Centre for Bioinformatics Tübingen, University of Tübingen, 2005.
- [Suh04] T. Suhara. *Semiconductor Laser Fundamentals*. Bd. 89. Optical Science and Engineering. CRC Press, März 2004.
- [Tan63] C. L. Tang. „On Maser Rate Equations and Transient Oscillations“. In: *Journal of Applied Physics* 34.10 (Okt. 1963), S. 2935–2940.

-
-
- [TC86] R. W. Tkach und A. R. Chraplyvy. „Regimes of Feedback Effects in 1.5- μm Distributed Feedback Lasers“. In: *Journal of Lightwave Technology* 4.11 (Nov. 1986), S. 1655–1661.
- [Thoa] *DL7140-201S Infrared Laser Diode Specs sheet*. Thorlabs Inc. URL: <http://www.thorlabs.com/Thorcat/7700/7735-M01.pdf>.
- [Thob] *GH13-18V Specs sheet*. Thorlabs Inc. URL: <http://www.thorlabs.com/Thorcat/11700/11779-S01.pdf>.
- [TL95] G. H. M. Tartwijk und D. Lenstra. „Semiconductor lasers with optical injection and feedback“. In: *Quantum and Semiclassical Optics: Journal of the European Optical Society Part B* 7.2 (Apr. 1995), S. 87–143.
- [Tom+12a] L. Tombez, S. Schilt, J. D. Francesco, T. Führer, B. Rein, T. Walther, G. D. Domenico, D. Hofstetter und P. Thomann. „Linewidth of a quantum cascade assessed from its frequency noise spectrum and impact of the current driver“. In: *Applied Physics B* (2012). Im Druck.
- [Tom+12b] L. Tombez, S. Schilt, J. Di Francesco, P. Thomann und D. Hofstetter. „Temperature dependence of the frequency noise in a mid-IR DFB quantum cascade laser from cryogenic to room temperature.“ In: *Optics Express* 20.7 (März 2012), S. 6851–6859.
- [TOO84] B. Tromborg, J. H. Osmundsen und H. Olesen. „Stability Analysis for a Semiconductor Laser in an External Cavity“. In: *IEEE Journal of Quantum Electronics* 20.9 (Sep. 1984), S. 1023–1032.
- [Topa] *DL 100. Diode Laser System Manual*. Benutzerhandbuch. Toptica Photonics AG. Aug. 2002.
- [Topb] *FPI 100. Fabry-Perot Interferometer Manual*. Benutzerhandbuch. Toptica Photonics AG. Feb. 2007.
- [Tre+85] J. R. Tredicce, F. T. Arecchi, G. L. Lippi und G. P. Puccioni. „Instabilities in lasers with an injected signal“. In: *Journal of the Optical Society of America B* 2.1 (Jan. 1985), S. 173–183.
- [Wac+93] B. Wacogne, J. P. Goedgebuer, A. P. Onokhov und M. Tomilin. „Wavelength Tuning of a Semiconductor Laser Using Nematic Liquid Crystals“. In: *IEEE Journal of Quantum Electronics* 29.4 (Apr. 1993), S. 1015–1017.
- [Wal54] M. J. Walker. „Matrix Calculus and the Stokes Parameters of Polarized Radiation“. In: *American Journal of Physics* 22.4 (1954), S. 170–174.

-
- [Wan+94] W. M. Wang, K. T. V. Grattan, A. W. Palmer und W. J. O. Boyle. „Self-Mixing Interference Inside a Single-Mode Diode Laser for Optical Sensing Applications“. In: *Journal of Lightwave Technology* 12.9 (Sep. 1994), S. 1577–1587.
- [WH65] W. Weidlich und F. Haake. „Coherence-Properties of the Statistical Operator in a Laser Model“. In: *Zeitschrift für Physik* 185.1 (1965), S. 30–47.
- [WH91] C. E. Wieman und L. Hollberg. „Using diode lasers for atomic physics“. In: *Review of scientific instruments* 62.1 (Jan. 1991), S. 1–20.
- [WK83] F. Walther und J. Kaufmann. „Characterization of GaAlAs laser diode frequency noise“. In: *Optical Fiber Communication Conference*. Optical Society of America, 1983, TuJ5.
- [Wol03] A. Wolf. „Aufbau eines Diodenlaser-basierten UV-Absorptionssensors für Stickstoffmonoxid“. Diplomarbeit. TU Darmstadt, 2003.
- [WRH67] W. Weidlich, H. Risken und H. Haken. „Quantummechanical Solutions of the Laser Masterequation I“. In: *Zeitschrift für Physik* 201.4 (1967), S. 396–410.
- [WS09] C. Wang und P. Sahay. „Breath analysis using laser spectroscopic techniques: breath biomarkers, spectral fingerprints, and detection limits.“ In: *Sensors (Basel, Switzerland)* 9.10 (Jan. 2009), S. 8230–62.
- [Wya85] R. Wyatt. „Spectral Linewidth of External Cavity Semiconductor Lasers with Strong, Frequency-Selective Feedback“. In: *Electronics Letters* 21.15 (Juli 1985), S. 658–659.
- [Ye04] C. Ye. *Tunable external cavity diode lasers*. Hrsg. von T. K. Wei. Singapur: World Scientific, 2004.
- [YGD04] Y. Yu, G. Giuliani und S. Donati. „Measurement of the Linewidth Enhancement Factor of Semiconductor Lasers Based on the Optical Feedback Self-Mixing Effect“. In: *IEEE Photonics Technology Letters* 16.4 (Apr. 2004), S. 990–992.
- [ZMG08] W. Zhou, K. M. Manchong und H. Guo. „Linewidth measurement of Littrow structure semiconductor laser with improved methods“. In: *Physics Letters A* 372.23 (Juni 2008), S. 4327–4332.

Veröffentlichungen

Veröffentlichungen in wissenschaftlichen Zeitschriften

1. T. Führer, S. Euler und T. Walther. „Model for tuning an external-cavity diode laser by polarization locking“. In: *Journal of the Optical Society of America B* 28.3 (Feb. 2011), S. 508–514.
2. T. Führer, D. Stang und T. Walther. „Actively controlled tuning of an external cavity diode laser by polarization spectroscopy“. In: *Optics express* 17.7 (März 2009), S. 4991–4996.
3. T. Führer und T. Walther. „Extension of the mode-hop-free tuning range of an external cavity diode laser based on a model of the mode-hop dynamics“. In: *Optics letters* 33.4 (März 2008), S. 372–374.
4. T. Führer und T. Walther. „Novel approaches to tunable lasers: Extending mode-hop free tuning range and spectral coverage“. In: *Frequenz* 62 (3-4 Apr. 2008), S. 84–88.
5. T. Führer und T. Walther. „Control and active stabilization of the linewidth of an ECDL“. In: *Applied Physics B* (2011). Online first, DOI: 10.1007/s00340-012-4999-4.
6. T. Führer und T. Walther. „Influence of different noise types on the laser lineshape and the beat spectrum for delayed self-heterodyne measurements“. In: *Physical Review A* (2011). Submittiert.
7. L. Tombez, S. Schilt, J. D. Francesco, T. Führer, B. Rein, T. Walther, G. D. Domenico, D. Hofstetter und P. Thomann. „Linewidth of a quantum cascade assessed from its frequency noise spectrum and impact of the current driver“. In: *Applied Physics B* (2012). Online first, DOI: 10.1007/s00340-012-5005-x.

Konferenzbeiträge

1. S. Amiri, S. Metzendorf, T. Führer, A. Bertz und T. Walther. „Ein universeller, VCSEL-gesetzter ns-Ti:Sa-Laser mit (fourierlimitierten Pulsen und) großer spektraler Abdeckung“. In: *Verhandl. DPG (VI)*. Bd. 46. 1/Q15.43. Dresden, 2011.

-
2. T. Führer, A. Roth und T. Walther. „Optimierung und Verbesserung eines ECDLs durch Kombination verschiedener Methoden zum Aufbau eines praxistauglichen Absorptionssensors im UV-Bereich“. In: *Verhandl. DPG (VI)*. Bd. 42. 3/Q32.3. Düsseldorf, 2007.
 3. T. Führer, B. Rein und T. Walther. „Modellierung und Anwendung eines Verfahrens zur Verbesserung der Eigenschaften von Laserdioden mit externem Resonator (ECDL)“. In: *Verhandl. DPG (VI)*. Bd. 45. 1/Q33.7. Hannover, 2010.
 4. T. Führer, W. Schäfer und T. Walther. „Aktive Regelung der Abstimmung eines ECDLs basierend auf der Polarisationspektroskopie des Gesamtresonators“. In: *Verhandl. DPG (VI)*. Bd. 44. 1/Q29.14. Hamburg, 2009.
 5. T. Führer, D. Stang und T. Walther. „Actively Controlled Tuning of an External Cavity Diode Laser by Polarization Spectroscopy“. In: *Conference on Lasers and Electro-Optics/International Quantum Electronics Conference*. Optical Society of America, 2009, JTuD14.
 6. T. Führer und T. Walther. „Optimierung und Automatisierung eines ECDLs basierend auf einem Modell zur Modensprungdynamik“. In: *Verhandl. DPG (VI)*. Bd. 43. 3/Q9.3. Darmstadt, 2008.
 7. T. Führer und T. Walther. „Aktive Regelung und Kontrolle der Linienbreite eines ECDLs“. In: *Verhandl. DPG (VI)*. Bd. 46. 1/Q15.46. Dresden, 2011.
 8. T. Führer und T. Walther. „Tuning Wavelength and Linewidth of an External Cavity Diode Laser Using an Active Control Scheme Based on Polarization Spectroscopy“. In: *CLEO/Europe and EQEC 2011 Conference Digest*. Optical Society of America, 2011, CB_P11.
 9. T. Führer und T. Walther. „Evaluation der Auswirkung verschiedener Rauschtypen auf die Linienbreite eines aktiv stabilisierten ECDLs“. In: *Verhandl. DPG (VI)*. Bd. 47. 2/Q40.4. Stuttgart, 2012.
 10. S. Metzendorf, D. Depenheuer, T. Führer und T. Walther. „Vertikal emittierende Laserdioden als Seed-Quelle eines gepulsten Titan:Saphir-Lasers“. In: *Verhandl. DPG (VI)*. Bd. 45. 1/Q21.71. Hannover, 2010.
 11. T. Quincey, T. Führer und T. Walther. „Aufbau eines ECDL-basierten Sensors für die Konzentrationsmessung von Gasen“. In: *Verhandl. DPG (VI)*. Bd. 47. 2/Q54.17. Stuttgart, 2012.
 12. D. Stang, T. Führer und T. Walther. „Optimierung eines ECDLs durch nichtlineare Stromnachführung und Einsatz eines LC-Segments“. In: *Verhandl. DPG (VI)*. Bd. 43. 3/Q54.5. Darmstadt, 2008.

-
13. F. Schad, T. Führer und T. Walther. „Aufbau eines kompakten Dioden-Lasersystems bei 435,9 nm“. In: *Verhandl. DPG (VI)*. Bd. 45. 1/Q55.74. Hannover, 2010.
 14. D. Wendland, D. Depenheuer, T. Führer und T. Walther. „Eine flexible, gepulste Lichtquelle auf Basis eines ns-Titan:Saphir Lasers“. In: *Verhandl. DPG (VI)*. Bd. 43. 3/Q54.1. Darmstadt, 2008.

Betreute Diplom-, Bachelor- und Masterarbeiten

1. S. Amiri. „VCSEL geseedeter Ti:Saphirlaser“. Diplomarbeit. TU Darmstadt, Juli 2011.
2. F. Grewe. „Messungen zur Charakterisierung eines UV-Sensors für die Produktionskontrolle“. Bachelor Thesis. TU Darmstadt, Dez. 2009.
3. H. Hashemi. „Scanning of an amplified external cavity diode and second harmonic generation“. Bachelorarbeit. TU Darmstadt, Feb. 2008.
4. T. Krebs. „Sensorkonzept basierend auf einer Dispersionsmessung in einem ECDL“. Bachelor Thesis. TU Darmstadt, Juli 2011.
5. B. Leonhäuser-Rein. „Aufbau eines abstimmbaren ECDLs mit Regelung basierend auf Polarisationspektroskopie“. Bachelorarbeit. TU Darmstadt, Juni 2009.
6. S. Metzendorf. „Vertikal emittierende Laserdioden als Seed-Quelle eines gepulsten Titan:Saphir-Lasers“. Master Thesis. TU Darmstadt, Mai 2010.
7. B. Rein. „Entwicklung eines UV-Diodenlasers für einen NO-Sensor“. Bachelorarbeit. TU Darmstadt, Sep. 2008.
8. N. Rentzsch. „Aufbau eines ECDLs bei 871 nm“. Bachelorarbeit. TU Darmstadt, Aug. 2009.
9. F. Schad. „Entwicklung und Anwendung eines Lock-in Verstärkers zur Laserstabilisierung“. Bachelorarbeit. TU Darmstadt, Mai 2008.
10. W. Schäfer. „Aufbau zweier Prototypen eines optischen Absorptionssensors bei einer Wellenlänge von 275 nm“. Masterthesis. TU Darmstadt, Aug. 2009.
11. F. Schad. „Ein kompaktes frequenzverdoppeltes Dioden-Lasersystem zur Spektroskopie des 3P1-3S1 Übergangs in Hg“. Master Thesis. TU Darmstadt, Sep. 2010.
12. R. Schulz. „Halbleiterlaser zum Injection Seeding eines gepulsten Ti:Saphir-Lasers“. Bachelor Thesis. TU Darmstadt, Mai 2010.

-
13. D. Stang. „Weiterentwicklung eines ECDLs mit großem modensprungfreien Abstimmbereich“. Masterarbeit. TU Darmstadt, Sep. 2008.
 14. O. Witzel. „Funktionsmusterentwicklung eines summenfrequenzbasierten optischen Sensors bei 275 nm“. Masterarbeit. TU Darmstadt, Aug. 2008.

Lebenslauf

Persönliche Informationen

Geburtsdatum: 25.08.1980
Staatsangehörigkeit: deutsch
Familienstand: ledig
Konfession: evangelisch

Ausbildung

2007	Diplom in Physik, TU Darmstadt · Gesamtnote: sehr gut · Betreuer: Prof. Walther
2000–2001	Zivildienst, Paul Gerhardt-Gemeinde, Darmstadt
1991–2000	Gymnasium Justus-Liebig-Schule, Darmstadt · Gesamtnote: 1,3 · Leistungskurse: Mathematik und Physik
1987–1991	Grundschule Georg-August-Zinn Schule, Darmstadt-Wixhausen

Wissenschaftliche Tätigkeiten

seit 12/2010	Wissenschaftlicher Mitarbeiter (Doktorand) am Institut für Angewandte Physik, TU Darmstadt
11/2007–11/2010	Stipendiat des Graduiertenkollegs 1037 (TICMO)
07/2006–07/2007	Diplomarbeit am Institut für Angewandte Physik, TU Darmstadt „Aufbau eines ECDLs mit großem modensprungfreien Abstimm- bereich“
03/2005	Forschungsarbeit am FB Physik, TU Darmstadt „Charakterisierung piezomechanischer Stellelemente mit Metho- den der akustischen Prüftechnik“
07/2004	Forschungsarbeit am FB Physik, TU Darmstadt „How to run a Stoe & Cie Goniometer with equipment from Na- tional Instruments“
1999	Erreichen der dritten Runde der Internationalen Physik- Olympiade (Bundesentscheid des Schülerwettbewerbs)



Danksagung

Im Folgenden möchte ich all jenen Menschen, die zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben, meinen Dank aussprechen:

- Herrn Prof. Dr. Thomas Walther danke ich dafür, dass er mir diese interessante und facettenreiche Doktorarbeit angeboten und ermöglicht hat. Die gewährten experimentellen Freiheiten waren einzigartig und erlaubten selbständiges Arbeiten in höchstem Maße. Bei Problemen stand seine Tür stets offen, um mich durch fachliche Diskussionen und seine humorvolle Art aufs Neue zu motivieren.
- Herrn Prof. Dr. Wolfgang Elsässer danke ich für die Übernahme des Zweitgutachtens sowie für die freundliche Leihgabe diverser Messgeräte.
- Ein Dank an Herrn Prof. Dr. Thomas Halfmann für die freundliche Leihgabe von Labor-Equipment.
- Dr. Mathias Sinther, der bei Fragen aller Art stets Rat wusste und für seine zuvorkommende und natürliche Art.
- Allen Mitbewohnern der WG Raum 116 für die angenehme Atmosphäre, die in der Regel konzentriertes Arbeiten ermöglichte. Insbesondere Benjamin Rein, Patrick Villwock, Arne Schönhut und Sabine Euler möchte ich dafür danken, dass ich sie stets mit Anliegen aller Art nerven durfte.
- Besonderer Dank an Benjamin Rein für seine freundliche und ermunternde Art sowie die schönen Tage in Neuenburg. Ferner dafür, dass er mir mit großem Fachwissen die Welt des Whiskys erschlossen hat.
- Vielen Dank an Tobias Beck für den abwechslungsreichen Berlin-Trip.
- Ein herzliches Dankeschön geht an meine Master- und Bachelorstudenten für die Mitarbeit an Teilen dieses Projekts. Insbesondere ohne die Kreativität und den Ehrgeiz von Denise Stang wären einige Messungen gar nicht erst zustande gekommen.
- Allen Korrekturlesern danke ich für ihr Durchhaltevermögen sowie die guten Hinweise, Tipps und Anmerkungen.

-
- Frau Christiane Walther und Frau Karen Böhling für ihre hilfsbereite und humorvolle Art.
 - Allen noch nicht genannten Mitgliedern der Arbeitsgruppe Laser- und Quantenoptik für die kollegiale Atmosphäre.
 - Allen Mitgliedern des Graduiertenkollegs TICMO danke ich für den wissenschaftlichen Austausch und die gelungenen Veranstaltungen. Besonderer Dank geht an Christian Gierl, Benjamin Kögel und Cezary Sydlo.
 - Herrn Schmutzler und Herrn Baumann für ihre kompetente Hilfe bei Anliegen aus dem Bereich der EDV und Elektrotechnik.
 - Der feinmechanischen Werkstatt, insbesondere Herrn Kalbfleisch für die zügige und präzise Umsetzung meiner Entwürfe.
 - Thorsten Peters für die unbürokratische Hilfe bei Themen rund ums F-Praktikum.
 - Dank an Stefan Breuer für die super Zeit in den USA und für die vorzügliche Espresso-Versorgung.
 - Meinem Stammtisch bestehend aus Sabine Euler, Benjamin Rein, Andreas Rudolf, Kai Schorstein und Patrick Villwock für die vielen schönen und kurzweiligen Stunden. Insbesondere Kai danke ich auch für die vielen Tipps bei bürokratischen Fragen der Promotion.
 - Meiner Verlobten Sonja Knapp danke ich herzlichst für ihr liebevolles und tolerantes Wesen. Sie motivierte mich stets aufs Neue und munterte mich auf, wenn es mal nicht so gut lief. In den letzten Wochen dieser Arbeit ließ sie mir den nötigen Raum, um mich bestmöglich auf die Ausarbeitung konzentrieren zu können.
 - Meiner Familie, insbesondere meiner Mutter möchte ich dafür danken, dass sie bereits in meiner Kindheit meine naturwissenschaftlichen Interessen erkannt und gefördert hat. Stets hat sie an mich geglaubt und mich in jeglicher Hinsicht unterstützt.